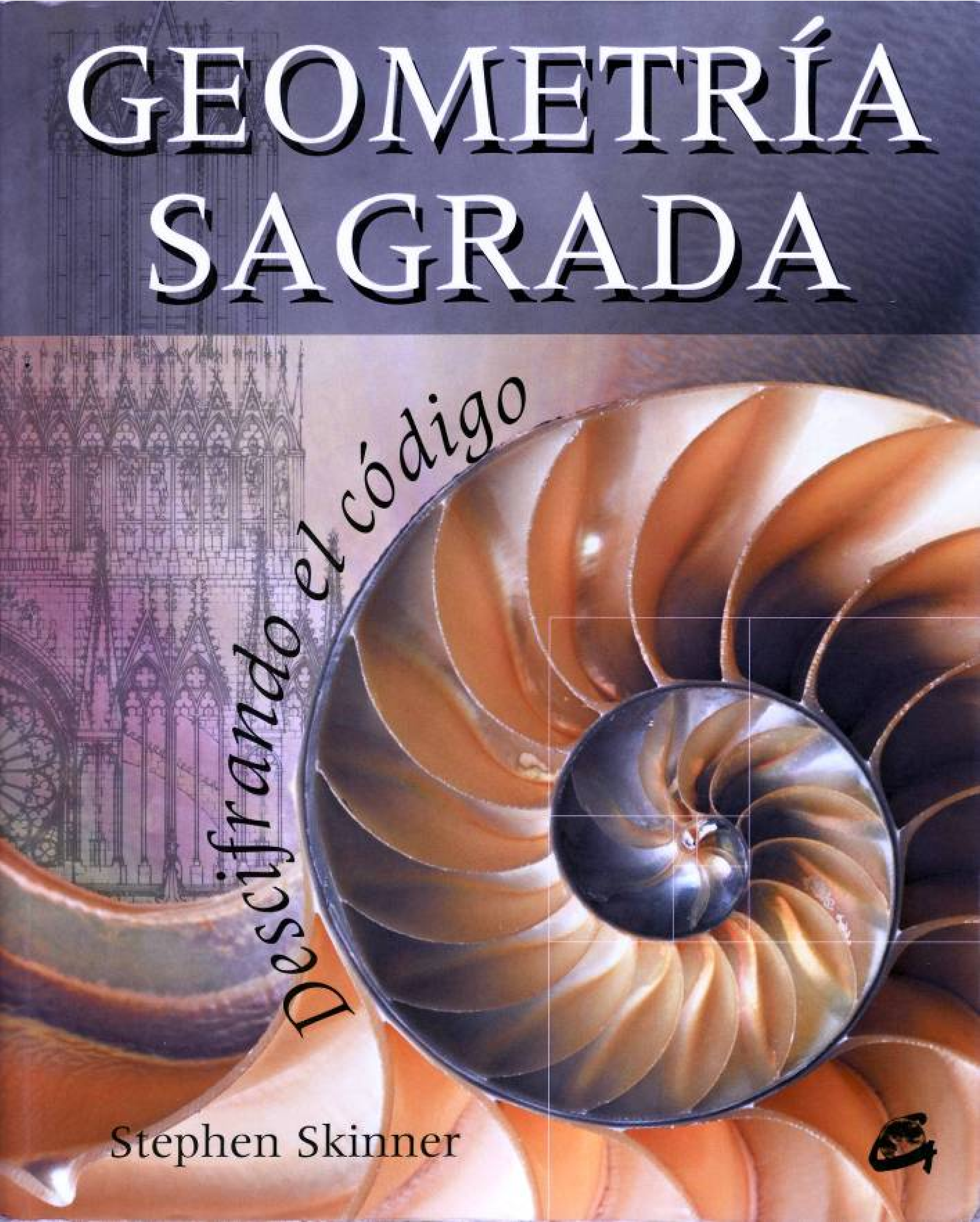
GEOMETRÍA SAGRADA

Descifrando el código

Stephen Skinner



GEOMETRÍA SAGRADA

GEOMETRÍA SAGRADA

Descifrando el código

Stephen Skinner

Gaia Ediciones

Primera edición en castellano: septiembre de 2007
Segunda edición en castellano: agosto de 2008

Título original: *Sacred Geometry. Deciphering the Code*

Traducción: Blanca González Villegas

Editado originalmente en Gran Bretaña en 2007
por Gaia, una división de Octopus Publishing Group Ltd.
2–4 Heron Quays, Londres E14 4JP.

Alquimia, 6
28933 Móstoles (Madrid)
Tel.: 91 614 53 46 - Fax: 91 618 40 12
e-mail: contactos@alfaomega.es
www.alfaomega.es

I.S.B.N.: 978-84-8445-201-0

Índice

Introducción

La palabra geometría *procede de un término griego que significa, literalmente, «medición de la tierra». Mucho antes de que quedara relegada al papel, se ocupaba de la medición de los terrenos, una práctica que hoy en día denominamos agrimensura. En la geometría se encuentran la medición y construcción de edificios y la determinación de las lindes que separan las tierras de una persona de las de otra. En un nivel más elevado, esta ciencia distingue entre los dominios de lo sagrado y lo profano.*

Euclides (325-265 aC.) fue el primero en resumir en detalle los axiomas y teoremas de esta fascinante materia. Todo lo que este sabio griego escribió acerca de la geometría plana, en su obra *Elementos*, sigue siendo absolutamente válido y no ha sido corregido en dos mil años. ¿Qué otro tipo de geometría, quizá más secreto o sagrado, podría haber sobrevivido escondido en la forma de los edificios o en el trabajo de la naturaleza?

Por supuesto, no toda geometría es sagrada. Esta disciplina era considerada como un elemento útil para emplazar y construir edificios que resultaran adecuados para las personas que los fueran a habitar. Cuando agradaba a los dioses se convertía en «sagrada». Un templo, por ejemplo, puede ser sagrado si ha sido construido con unas determinadas proporciones y está orientado en una dirección concreta. Esta preocupación por las proporciones y la dirección es tan universal, y se encuentra en tantas culturas, que necesariamente debe reflejar una realidad. En este libro me propongo buscar aquellas medidas específicas que son sagradas porque ayudan a consagrar o a hacer sacros los edificios: desde los círculos megalíticos de la Edad del Hierro, pasando por los templos griegos y egipcios y las catedrales renacentistas, hasta las más modernas construcciones orgánicas.

¿Por qué decimos que la geometría es sagrada?

De igual modo que los números eran sagrados para los pitagóricos, así la geometría lo era para todos los antiguos griegos, pues se trataba de la forma más concreta, y sin embargo más abstracta, de razonamiento. Como veremos, la geometría es el modo arquetípico de realizar patrones de muchas cosas; incluso quizá de todas las cosas, ya sean empíricas (aquellas cuya experiencia puede sentirse pero no probarse), conceptuales, matemáticas, naturales o arquitectónicas.

Casi todos los pueblos antiguos crearon sus templos y espacios sagrados siguiendo de forma meticulosa los números, la geometría y las proporciones correctas. La geometría rige el movimiento mismo de los cuerpos celestes y las estaciones. Los constructores megalíticos de Gran Bretaña y los diseñadores de las pirámides de Egipto aplicaron esta geometría sagrada a la colocación y orientación de sus construcciones.

La geometría, en su forma más pura y simple, es sagrada. Sin embargo está basada en la geometría ordinaria y en las formas geométricas de Euclides (círculos, triángulos, cuadrados), así como en las proporciones y la armonía. Al igual que el crecimiento se expresa mediante la repetición de patrones, el arte y el virtuosismo en arquitectura se expresan mediante la armonía, que no es otra cosa que la repetición de las mismas proporciones. Las

partes de un todo ni siquiera necesitan estar en la misma proporción, sino que pueden ser un armónico de dicha proporción.

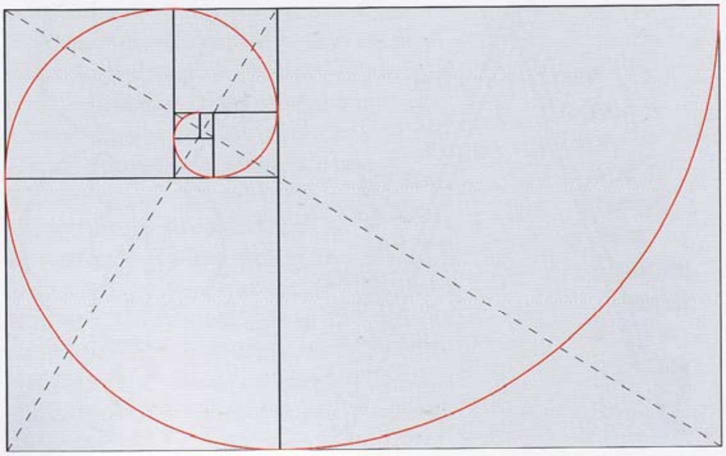
Las proporciones sagradas están regidas por determinados números como *phi* (Φ), llamado también «razón o proporción áurea», que aparecen una y otra vez en las obras de los antiguos griegos y en las de los arquitectos góticos de la Edad Media, así como en el crecimiento de los seres vivos. A través de estos números, la geometría sagrada de los seres vivos y las perspectivas del arte y la arquitectura coinciden.

El estudio de la geometría sagrada

Los griegos fueron los primeros en instituir el estudio de los números sagrados y la geometría, aunque es probable que aprendieran los fundamentos en el antiguo Egipto. El mundo árabe conservó estos conocimientos durante la Alta Edad Media, unos conocimientos que

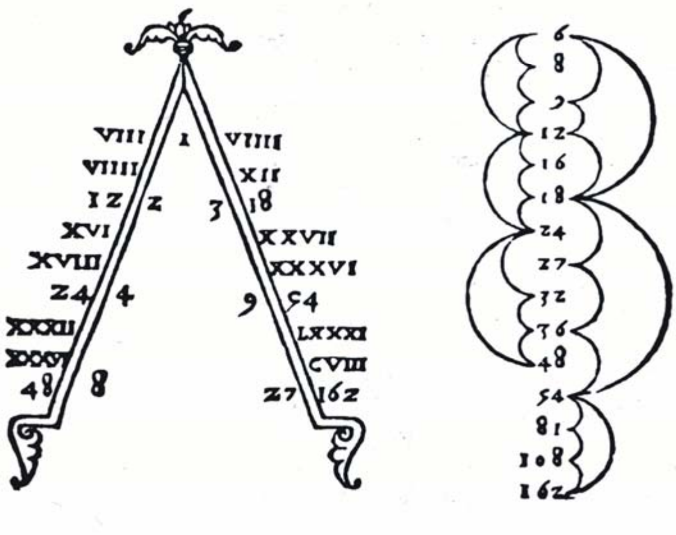
ARRIBA. Los menhires de Callanish, en la isla de Lewis (Escocia), datan de 1.800 aC. y están entre las primeras piedras que midió Alexander Thom.

ABAJO. El patrón de crecimiento de una espiral logarítmica mantiene el mismo ángulo desde el centro, con independencia de lo grande que se haga.



comenzaron a retornar a Europa occidental, en el siglo XII, gracias a la aparición de traducciones de textos árabes y griegos al latín.

En la Edad Media, el currículo universitario básico se denominaba *trivium* y estaba centrado en la gramática, la retórica y la lógica. Sin embargo, el curso más avanzado, el *quadrivium* (literalmente, «cuatro asignaturas»), reflejaba la importancia de la geometría y la estudiaba junto con la aritmética, la astronomía y la música, materias todos ellas conectadas con la geometría de Euclides y los números de Pitágoras (siglo VI aC.). La música era considerada una materia aritmética: las divisiones entre las notas musicales adyacentes definen la armonía y forman una aritmética que se puede escuchar. La astronomía se basaba en la aritmética para calcular los movimientos de los cuerpos celestes, mientras que la geometría definía las relaciones entre las otras tres materias. Propongo examinar algunos de los secretos del *quadrivium*, que ya no se enseña y prácticamente ya no se aprecia.



ABAJO. **La *lambda* pitagórica muestra la conexión existente entre números pares y los intervalos de la escala musical, lo que construye un sistema armónico.**

Es cierto que el estudio de la geometría sagrada ha atraído algunas teorías y a algunos teóricos bastante extraños, en particular a lo largo de los últimos treinta años. Como escribió el astrofísico Mario Livio en su libro *La proporción áurea*, se pueden dibujar todo tipo de figuras geométricas en cualquier plano, pero si sus vértices mayores no se encuentran en un punto físico real, en una intersección o en una esquina, las conclusiones que se extraen de dicha figura son, en el mejor de los casos, arbitrarias y, en el peor, un absurdo.

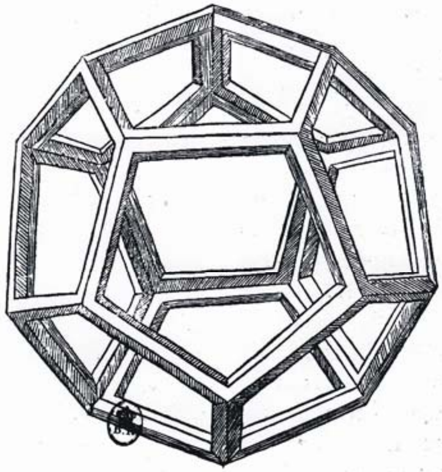
La necesidad de los números enteros

Los egipcios y los griegos empleaban el círculo, la elipse, el triángulo, el cuadrado y el rectángulo para crear proporciones armoniosas en sus tumbas y templos. Sus geómetras estaban interesados en los triángulos rectángulos pitagóricos (por múltiples razones), las raíces cuadradas asociadas, la relación de un círculo con un cuadrado, las proporciones de números enteros exactos sagrados como el 9 (en particular, las fracciones exactas cuyo numerador es 1) y las relaciones entre los volúmenes de diferentes edificios.

A lo largo de todas las épocas, desde las pirámides egipcias a las catedrales góticas medievales, se ha puesto el énfasis en las dimensiones de números *enteros* que se puedan medir con facilidad. En mucho menor grado se emplearon proporciones irracionales como la sección áurea [representada por la letra griega *phi* (Φ) e igual a la proporción áurea], que genera la espiral logarítmica, una de las curvas básicas de la vida y el crecimiento.

Pitágoras demostró cómo los números enteros son fundamentales para la creación gracias a la forma en que definen la armonía, tanto en la música como en las esferas celestes. Hubo que esperar hasta Johannes

Kepler (1571-1630) para que se descubrieran las proporciones exactas entre el periodo y el diámetro de las órbitas planetarias que confirmaban lo anterior. El arquitecto sir Christopher Wren colaboró en la demostración de las proporciones astronómicas e incorporó geometría sagrada a la catedral de San Pablo de Londres.



IZQUIERDA. **Ilustración de Leonardo da Vinci de un icosaedro regular, tomada de la obra de Luca Pacioli *De divina proportione*.**

Repetición de patrones y formas

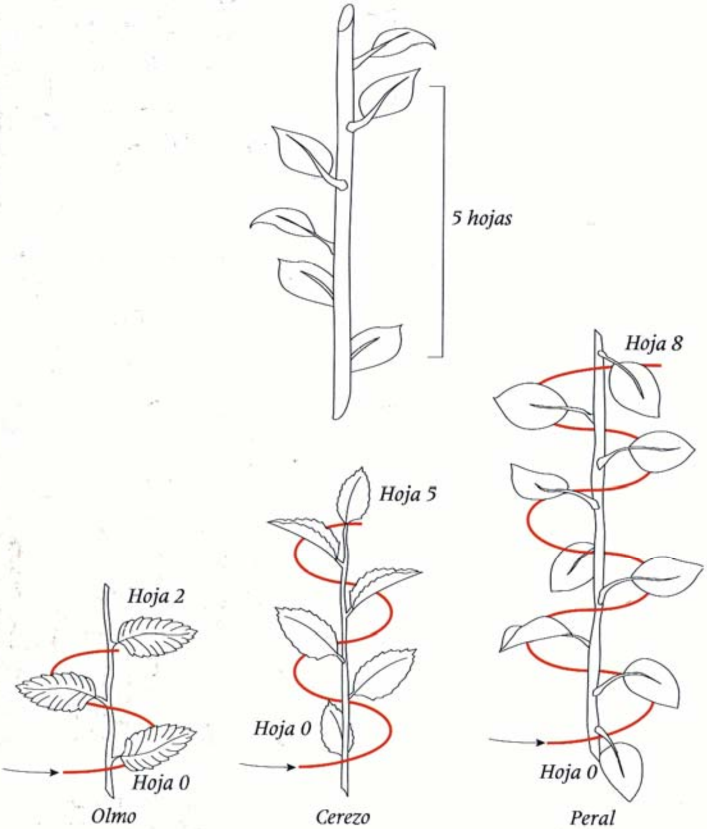
Platón (427-347 aC.) creía que todas las cosas crecían a partir de formas, geometría simple en tres dimensiones y patrones inmutables que conforman la columna vertebral de la realidad. Durante demasiado tiempo, sus ideas fueron consideradas místicas, pero la importancia física de las formas simples y los números estás siendo ahora confirmados por físicos y biólogos que han descubierto fórmulas esencialmente simples, tales como la estructura del ADN (basada en la geometría de la hélice y del pentágono) y el patrón del crecimiento de las hojas de las plantas (basado en un ángulo geométrico fijo).

El arquitecto romano Vitruvio (siglo I dC.) estableció la proporción matemática y la armonía en la construcción de edificios. Cuando los detalles de su obra fueron redescubiertos en Europa, se emplearon para sentar las bases de los edificios del Renacimiento creados por genios como Leonardo da Vinci (1452-1519) y Donato Bramante (1444-1514), que fueron tanto artistas y geómetras como arquitectos.

También estaba muy viva la geometría sagrada en el mundo islámico, en el que la representación de formas humanas y animales estaba prohibida. Los patrones realizados con azulejos, los mosaicos y las características arquitectónicas atemporales (la cúpula, la media bóveda, la bóveda de cañón, el arco de herradura y las formas colgantes de estalactita) se convirtieron en el modo concreto de la expresión geométrica.

La arquitectura gótica absorbió elementos de la geometría griega y de las proporciones de Vitruvio, y los maestros masones integraron en sus edificios el simbolismo geométrico y numérico. De forma inesperada el círculo, y no el triángulo o el cuadrado, se convirtió en el elemento de control básico del diseño de las catedrales góticas. Abundaba el simbolismo numérico, y los círculos, los rectángulos y otros polígonos se generaban con proporciones armoniosas y «celestiales».

El Renacimiento trajo consigo un interés renovado y voraz por las teorías clásicas. La obra de Aristóteles constituyó la base de debates sumamente acalorados, pues los teólogos intentaban reconciliar su acercamiento experimental al mundo con las doctrinas cosmológicas recibidas y fijas de Ptolomeo. Curiosamente no se trataba de una confrontación de la doctrina cristiana con la filosofía griega, sino de un griego (Ptolomeo, respaldado por la Iglesia cristiana) con otro griego (Aristóteles, respaldado por los



ARRIBA. Crecimiento de las hojas en las ramas de un olmo, un cerezo y un peral, cada uno de los cuales da como resultado un número de Fibonacci. Los ángulos entre hojas pueden determinarse dividiendo el número de giros (cada uno de 360°) por el número de hojas que crece en ese espacio.

humanistas). Los textos herméticos y las traducciones griegas y árabes de obras más prácticas leudaban el fermento intelectual.

Los pensadores como Leonardo percibían en un mismo plano el arte, la arquitectura y la anatomía, y empleaban cualesquiera de ellos para la búsqueda de los demás. La armonía y la proporción en la arquitectura podían estar basadas en la forma humana o en la geometría proyectiva de la perspectiva. Miguel Ángel (1475-1564) afirmó que el conocimiento de la figura humana era vital para la comprensión de la arquitectura. Leon Alberti (1404-1472) señaló que un edificio debe parecer tan entero como un organismo. Práctico como siempre, Leonardo realizó su famoso dibujo del *homo quadratus* de Vitruvio para comprobar si el codo era una medida válida.

Los patrones y las formas que se repiten en la naturaleza, tales como la hélice y la espiral logarítmica, la geometría del crecimiento de las plantas y el fractal, son productos de la geometría interna del crecimiento. A Leonardo le encantaba observar y dibujar estructuras vivas, anatomía, alas de aves, árboles y olas. Su tocayo Leonardo de Pisa (*c.* 1170-*c.* 1240) descubrió una serie de números que llegaría a ser conocida como serie de Fibonacci; su aplicación en la realización de un mapa de los patrones repetitivos en el crecimiento natural tardó mucho tiempo en materializarse.

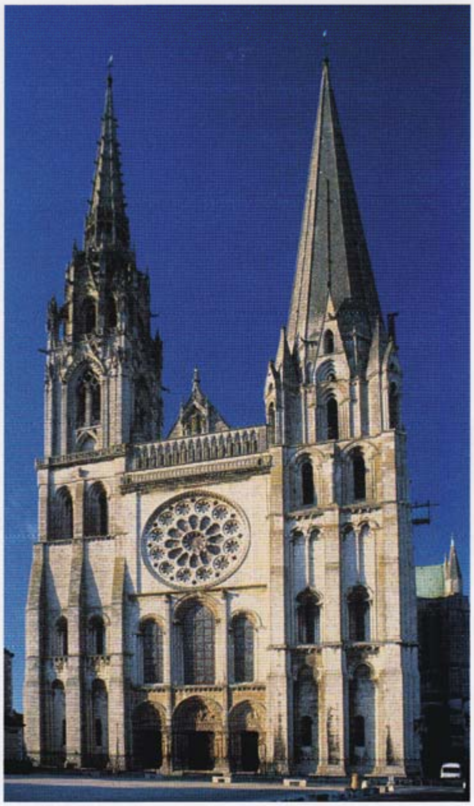
Las formas orgánicas inspiraron a los arquitectos (como en el caso de la catedral de Barcelona, obra de Antonio Gaudí) y a estilos artísticos, como el *art nouveau* y el surrealismo. Culminaron en la compleja geometría de estructuras, como el Goetheanum de Suiza y la Sydney Opera House, en las que hasta cierto punto la cultura ha reemplazado a la religión como patrón de la geometría sagrada.

Un puente entre los dioses y el hombre

El propósito de un templo, una iglesia o una mezquita es proporcionar un espacio sagrado para que la gente pueda comunicarse con sus dioses y adorarlos. Al ser sagrado, el espacio está más cercano a Dios, facilita la oración y es el lugar propio de los sacerdotes. Un espacio es sagrado cuando es puro y correcto en su estructura como para que el dios resida en él.

Las condiciones fundamentales de un espacio sagrado han sido siempre una arquitectura adecuadamente proporcionada, una ubicación en el lugar correcto y una orientación en la dirección adecuada. Observémoslas en orden inverso.

ARRIBA. **Los patrones con forma de remolino del botón floral de una margarita emplean la geometría de la espiral áurea basada en la serie de Fibonacci.**



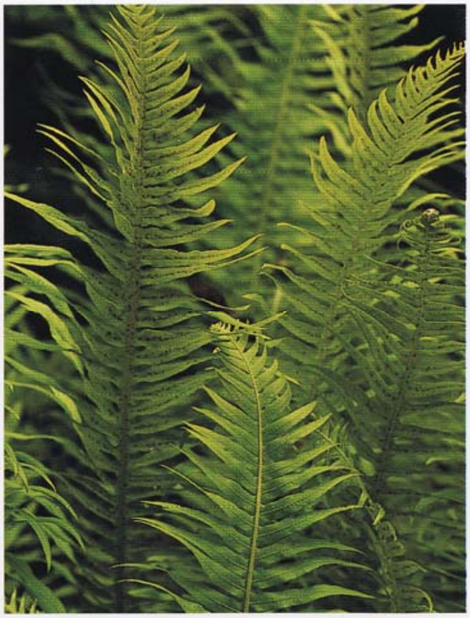
ARRIBA. **Las agujas de la catedral de Chartres, que simbolizan el Sol y la Luna, son la parte más evidente de la gran cantidad de simbolismo geométrico incluido en su diseño.**

La dirección hacia la que se orienta un edificio sagrado ha sido siempre un asunto clave: las mezquitas lo están hacia La Meca, mientras que los templos hindúes (en su mayor parte) y las catedrales cristianas (en general) lo están hacia el este. Existen excepciones notables como la catedral de Chartres, en Francia, que está orientada al nordeste. Los monumentos megalíticos como Stonehenge, en Inglaterra, dispuesto también al nordeste, tienen orientaciones diferentes: están colocados en relación con otros monumentos cercanos siguiendo las denominadas líneas ley e incorporan, a menudo, alineamientos astronómicos relacionados con el Sol y la Luna. La geometría sagrada resulta necesaria para localizar y alinear estas estructuras sagradas.

En el pasado tenía una importancia suprema edificar las iglesias, los templos y los menhires megalíticos en un «punto de poder». En la China imperial se empleaba el feng shui para encontrar el *hsueh*, o punto dragón, que proporcionara el máximo de energía a los edificios importantes, en especial a los palacios, templos y tumbas.

La primitiva Iglesia cristiana llegó a publicar normas estableciendo que, siempre que fuera posible, las iglesias nuevas debían edificarse sobre antiguos «lugares de poder» paganos. Este criterio se consideraba deseable por tres razones: los geómetras sacerdotales de la Iglesia tomarían las riendas del poder, los adoradores de la antigua religión seguirían acudiendo al lugar y las construcciones paganas originales serían destruidas. Esto tiene unas implicaciones interesantes, que veremos cuando estudiemos la geometría de las líneas ley.

Por último, y como punto más importante, la estructura en sí misma debe atenerse a determinadas reglas geométricas. Estas normas han sido bien documentadas; por ejemplo, las dimensiones exactas del templo original del



DERECHA. La estructura de las hojas del helecho al desenrollarse sigue un patrón repetitivo.

ABAJO. La misteriosa colina rocosa de Glastonbury es un punto focal, tanto de los alineamientos ley que la rodean como de peregrinos de la Nueva Era.

rey Salomón, en Jerusalén, están registradas en dos pasajes de la Biblia, y las dos reconstrucciones subsiguientes que se hicieron dieron lugar a más polémica sobre la geometría sagrada del edificio. De hecho, hubo personas de la época victoriana, como sir William Stirling, que escribieron volúmenes completos acerca de las dimensiones sagradas del templo. Por su parte, la arquitectura de las catedrales góticas estaba basada en estas dimensiones registradas.

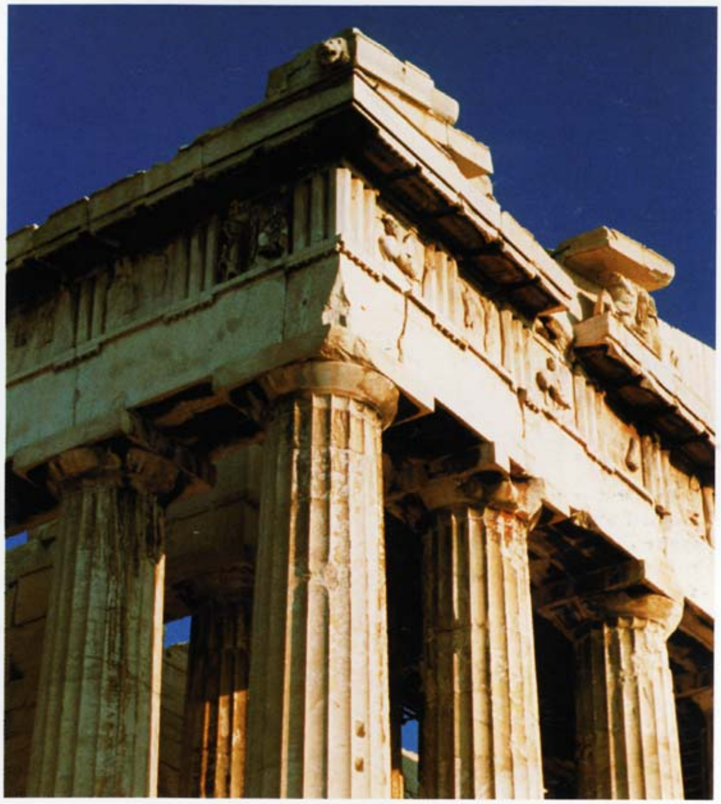
Los griegos, como inventores del cuerpo principal de la geometría, la aplicaron en detalle en la construcción de sus templos. La arquitectura griega no estaba siempre basada en la muy alabada sección áurea sino, como sucede en el Partenón, en fracciones y volúmenes unitarios. En Egipto, la geometría sagrada de la Gran Pirámide depende más de la medida del *seked* (véase página 117) que de la proporción áurea, aunque también encontramos esta última. Resulta sorprendente que la geometría sagrada de hebreos, griegos y egipcios poseyera unidades de medida comunes.

Es evidente que la geometría también es sagrada porque a menudo es el patrón situado tras la mano de Dios (en la estructura de los cristales, en el flujo del agua de un río, en la forma en que se desenrolla una hoja de palma o en el crecimiento de la concha de un amonites), o sencillamente en el proceso del crecimiento mismo.

La tradición continúa

A lo largo de los últimos siglos se han realizado muchos intentos de adaptar geometría sagrada a la Gran Pirámide de Egipto de manera retroactiva; entre ellos se incluyen interpretaciones de la Biblia absolutamente deformadas, basadas en las dimensiones de la pirámide medidas en fracciones de pulgada. Fue a finales del siglo XX cuando se dieron cuenta de que las dimensiones expresadas en codos reales se ajustaban a la geometría euclidiana simple. Del mismo modo, el estudio cuidadoso y la medición de las estructuras megalíticas europeas, que datan de la misma época que las pirámides del antiguo Egipto, y de las líneas ley que las conectan, también demuestran una clara geometría sagrada medida en cantidades enteras de yardas megalíticas.

El mensaje que podemos recibir, alto y claro, es que el hombre antiguo era tan listo como el hombre moderno. La geometría que empleó en sus edificios (que han durado miles de años, bastante más que la vida media de una estructura moderna, que suele ser de unos cien años) todavía no se aprecia, comprende o utiliza al completo por el hombre actual. Esta geometría que Euclides enunció hace tantos milenios no ha sido considerada parte de las formas que se esconden tras la fábrica de vida hasta hoy en día, en que se ve como parte integral del método constructivo del Gran Geómetra.



ARRIBA. El Partenón, construido para dar cuerpo a la geometría más sutil de los antiguos griegos, se ha mantenido en pie durante dos mil años.

IZQUIERDA. Las formas de la naturaleza, como las espectaculares curvas orgánicas de la Sydney Opera House, son en la actualidad la base de muchos edificios profanos.


tras ben. certal faras lo plaer de
tendas lemprecenta. o la semblança
e faras que sage

PARTE 1

EL ORDEN ESCONDIDO

Los griegos fueron los primeros que codificaron la geometría. Para ellos se trataba de una ciencia puramente abstracta, similar a la lógica y basada en el entendimiento de las verdades, a diferencia de la ciencia práctica que favorecieron los egipcios. La geometría proporcionó a los griegos una verdad absoluta que podía probarse una y otra vez con las herramientas más simples: un compás y una regla recta.

Los griegos concebían al creador del universo en términos de verdad absoluta y no como un dogma heredado, una sabiduría recibida o una creencia religiosa. Deducían que la forma y el número eran esenciales para el universo, y que para llegar a la realidad física la creación partía de formas abstractas; cosas que podían ser apreciadas intelectualmente pero no asidas ni percibidas mediante los cinco sentidos. Las sutilezas del número y lo absoluto de la geometría eran parte del mundo empírico, la estructura escondida tras la materia física.

La geometría y los números son sagrados porque codifican el orden que se oculta detrás de la creación. Son los instrumentos empleados para crear el universo físico. La simplicidad en el número, la fracción y la proporción aportan la armonía y el rigor intelectual tanto del universo como de la geometría de Euclides y de sus colegas geómetras griegos. La aplicación concreta de la universalidad de estos números, y la prueba de ello, se plasmaba en la música y en la medición.

IZQUIERDA. Agrimensores del siglo XIII midiendo la tierra con triángulos rectángulos y métodos de triangulación.

Capítulo 1

ARITMÉTICA PURA

Pitágoras puede ser considerado con todo merecimiento el primer filósofo importante que expresó claramente que los números en sí mismos son sagrados y existen por derecho propio. Estableció distinciones entre diversos tipos de números, separando los números primos y los números perfectos de los demás. Su división en pares e impares creó la *lambda* (λ), una figura cuyas propiedades siguen estimulando a los matemáticos y físicos modernos a descubrir cosas nuevas acerca de la tabla periódica de elementos y acerca del universo.

El descubrimiento de Pitágoras de que los números enteros rigen las armonías musicales le convenció de que la armonía y la planificación se encontraban detrás del complejo universo. Razonó que si los números enteros creaban sonidos armoniosos, distintos de los discordantes, los números debían estar detrás de la armonía del universo en todos los niveles, desde los caminos seguidos por los planetas a las cuerdas de una lira.

Para que los arqueólogos sean capaces de determinar los importantes números que han ayudado a crear las medidas de un edificio en particular, deben conocer las unidades concretas que emplearon los arquitectos originales. Por último, observemos *phi*, un número sumamente intrigante que genera la proporción áurea, una razón que se repite a sí misma, hallada una y otra vez tanto en la naturaleza como en la geometría sagrada de muchos edificios.

Pitágoras y la adoración del número

Pitágoras declaró que los números eran sagrados; que tenían una existencia independiente y real, y no se limitaban a ser marcas para contar. Las regularidades de estos números, ya fueran musicales, astronómicas o arquitectónicas, eran sagradas. Esta idea se encuentra en la raíz de la geometría sagrada. De hecho, Pitágoras podría ser considerado el «padre de la geometría sagrada».

Pitágoras (569-*c.* 475 aC.) nació en la isla de Samos, en el mar Egeo. También residió en la colonia griega de Croton, en el sur de Italia, y pasó veinte años en Egipto, donde aprendió matemáticas y filosofía. Puede que incluso viajara a Babilonia, donde habría conocido las matemáticas babilónicas.

Pitágoras es indudablemente el más importante de todos los que investigaron las propiedades sagradas y místicas de los números, aunque también hizo incursiones en la geometría. Es probable que aprendiera en Egipto o Babilonia el teorema que recibe su nombre y que define la longitud de los lados de cualquier triángulo rectángulo (véanse páginas 44-45). Demostró que si elevamos al cuadrado la longitud del lado (hipotenusa) opuesto al ángulo recto (de 90°), obtenemos un resultado igual al de la suma de los cuadrados de los otros dos lados.

Dibuja un triángulo rectángulo cuyos dos lados más cortos *(a* y *b)* midan exactamente una y dos unidades, respectivamente. Podrás determinar la longitud de la hipotenusa empleando el teorema de Pitágoras:

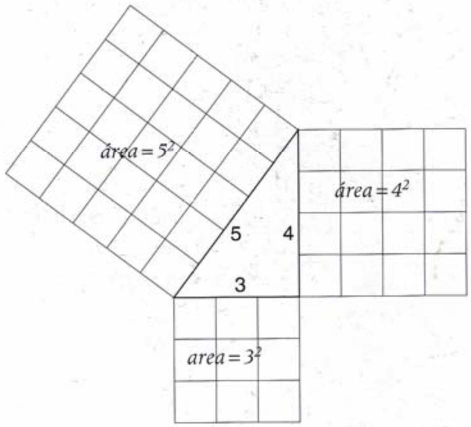
Longitud de la hipotenusa^2 =
= lado a^2 + lado b^2

Para hallar la longitud de la hipotenusa, eleva al cuadrado la longitud de los dos lados más cortos y suma los resultados:

Hipotenusa^2 = $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$

Por tanto, hipotenusa =
= raíz cuadrada de 5 (ó $\sqrt{5}$, ó 2,2360679)

Por tanto, la aritmética y la geometría están inseparablemente unidas. Si medimos los lados de un cierto número de triángulos rectángulos, pronto observaremos que existe un abanico de dimensiones típicas en números enteros que se ajustan a este teorema y reciben por ello el nombre de «ternas pitagóricas».



ARRIBA. Triángulo pitagórico que prueba que la suma de los cuadrados de los dos lados equivale al cuadrado de la hipotenusa. Esto se muestra gráficamente en esta ilustración como $3^2 + 4^2 = 5^2$.

TERNAS PITAGÓRICAS

Lado a	*Lado* b	*Hipotenusa*
3	4	5
7	24	25
8	15	17
17	144	145

X

X X

X X X

X X X X

ARRIBA. *Tetractys* sagrada, figura pitagórica que muestra cómo los números del 1 al 4 suman 10, o decena, el símbolo de la conclusión.

Estas ternas pitagóricas eran consideradas números mágicos significativos. Podemos encontrarlas en tablillas babilónicas que se remontan hasta el año 1600 aC.

En su intento por comprender la naturaleza de la armonía, y con ella la maquinaria del universo, Pitágoras investigó campos muy cercanos como la música y descubrió la aritmética que se esconde tras los intervalos musicales y el tono de las notas (véanse páginas 22-23).

Pitágoras dedujo que si los números pueden representar perfectamente las armonías de la música, también pueden representar las armonías del cosmos. La regularidad matemática (aunque compleja) de los movimientos de los planetas y demás cuerpos celestes (aunque Pitágoras no calculó que estas órbitas fueran elípticas) le proporcionaron una mayor confirmación de su teoría. El gran matemático también equiparó las notas de las nueve musas griegas con los movimientos y los sonidos de los nueve cuerpos celestes (los siete planetas, la esfera de las estrellas fijas y un extraño concepto denominado contra-Tierra).

La sagrada *tetractys*

Un ejemplo del modo en que las regularidades de los números se hicieron sagradas puede encontrarse en la *tetractys*, en la que los pitagóricos colocaban los cuatro primeros números (1, 2, 3, 4) en forma triangular.

Los triángulos son las figuras geométricas más estables. La base de este triángulo está formada por el número 4 (el número de la justicia y el orden, según los pitagóricos). Esta figura se denominaba «*tetractys* sagrada» y se suponía que contenía la contraseña mediante la cual los pitagóricos se reconocían unos a otros.

La suma de todos los números de cada línea de la *tetractys* (1+2+3+4) da como resultado la decena (10), que era considerada la conclusión de un círculo completo. De hecho, se encuentra en el sistema decimal, en la Cábala, en los Troncos Celestes de los chinos y en muchas otras tradiciones.

Lambda y la armonía del mundo

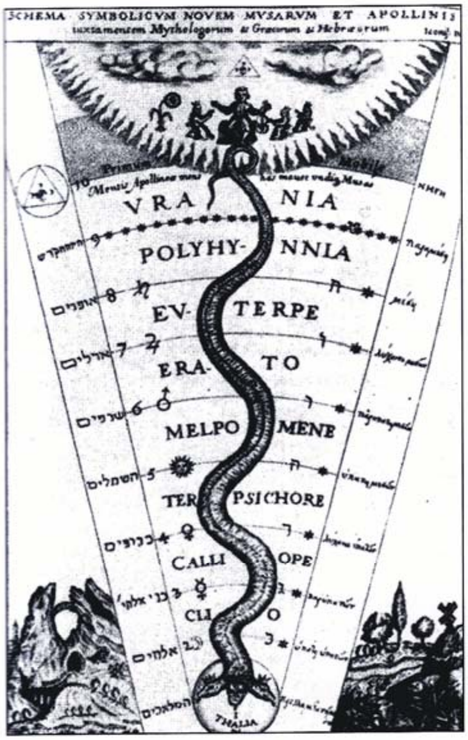
Lambda (λ) es la duodécima letra del alfabeto griego y tiene una forma parecida a una «V» invertida. En su silueta, los pitagóricos inscribían siete números (1, 2, 3, 4, 8, 9 y 27) (véase página 19). Esta *lambda* pitagórica simbolizaba muchas cosas, como por ejemplo:

- Los números pares (con excepción del 1, que con mayor propiedad podría colocarse en el vértice) se colocaban a lo largo del lado izquierdo de la *lambda*. Se consideraban números femeninos, pues incluían dualidad y tenían, por tanto, el potencial de partirse y reproducirse. Lo femenino ha sido asociado tradicionalmente en la mayoría de las culturas con el lado izquierdo.

- Los números impares, alineados a lo largo del lado derecho, eran masculinos. Los antiguos chinos también tenían el mismo concepto de que la creación comenzó con el número 1 (que era para ellos masculino), se partió en dos (yin y yang) y progresó con un equilibrio entre los sexos. Lo masculino ha sido tradicionalmente asociado con el lado derecho.

- Los números del lado izquierdo eran los múltiplos de 2; como diríamos en la era de la informática, la aritmética binaria de las potencias de 2.

- El lado izquierdo de la *lambda* estaba formado por las potencias de 3.



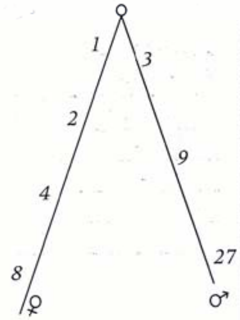
ARRIBA. Las Nueve Esferas que descienden del cielo a la Tierra con las Nueve Musas, desde Talía (Tierra), pasando por Clío (Luna), hasta Urania (Apolo entronizado), sobre las estrellas fijas.

• Platón, en su obra *Timeo*, empleó la *lambda* para explicar las escalas musicales (véanse páginas 22-23).

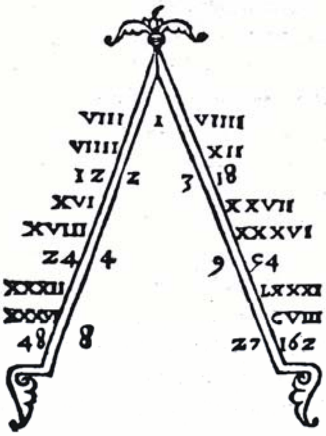
Lambda en el Renacimiento

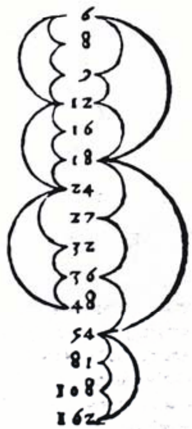
La *lambda* tuvo una gran importancia en el Renacimiento. La ilustración de la página 20, que data de 1525, muestra los diferentes tipos de aritmética. La figura femenina central representa a la Aritmética. Alrededor de su cabeza (con un estilo propio de viñeta renacentista) podemos observar la leyenda *Typus arithmeticae*, es decir, los tipos de aritmética simbolizados por los dos hombres sentados ante sus escritorios. La figura de la derecha es Pitágoras (observa su leyenda cuidadosamente), que utiliza guijarros para calcular. La figura de la izquierda es Boecio empleando los nuevos numerales arábigo-hindúes. La *lambda* aparece en el centro de la falda de la figura femenina para unificar ambos estilos aritméticos.

Durante el Renacimiento, muchos pensadores intentaron sintetizar los elementos de la cultura griega clásica, que llegó a Europa a finales del primer milenio a través de las traducciones de las obras griegas al árabe. Los originales griegos habían sido destruidos por la ola de bárbaros y celo cristiano que se extendió por Europa tras la caída del Imperio Romano. En la ilustración inferior podemos ver cómo la *lambda* se sitúa en correlación con los intervalos de la escala musical —en un grabado del libro de Francesco Giorgi (1455-1540) *De harmonia mundi* [*Sobre la armonía del mundo*], publicado en 1525— que une la *lambda* con los números pitagóricos y la escala musical.



ARRIBA. La *lambda* representa la división pitagórica de los números en impares, o masculinos (derecha), y pares, o femeninos (izquierda).





ABAJO. Versión de la *lambda* comparada con la escala musical, obra de Francesco Giorgi, fraile franciscano veneciano. Tener en cuenta que la Z debe leerse como 2.

Los sorprendentes secretos de la *lambda*
Cualquiera que observe la *lambda* se llegará a preguntar por qué Pitágoras se detuvo a los siete números. ¿Se debió a que 7 era un número mágico? Quizá, como profesor inteligente que era, quiso que nos preguntáramos qué número venía después, aunque resulta bastante obvio que la respuesta es, respectivamente, 16 y 81.

ARRIBA. La Aritmética, vestida de rojo (con *lambda*), señala a Pitágoras (a su izquierda), que está contando con guijarros, y a Boecio, con números árabes de estilo nuevo (a su derecha).

El dulce dieciséis
El número 16 (el siguiente en el lado izquierdo de la *lambda*) figura en el sistema hexadecimal con el que trabajan los ordenadores (hoy en día duplicado y cuadruplicado hasta 64 para aportar más velocidad con 64 bits). Este número también constituyó la base del segundo de los sistemas más populares de adivinación en Europa durante el Renacimiento y en años posteriores. Me estoy refiriendo, por supuesto, al sistema de la geomancia, las dieciséis figuras geománticas, desde *via* hasta *laetitia*, al que sólo la astrología superaba en importancia en Europa. Más tarde desapareció hasta que volvió a ser resucitada por la Orden Hermética de la Aurora Dorada a finales del siglo XIX.

Hablando en puridad, la geomancia es un sistema de adivinación que utiliza puntos o marcas de arena que dan como resultado dieciséis figuras binarias. No tiene nada que ver con la práctica china del feng shui. Sin embargo, hacia el año 1870 el reverendo Yates, un misionero inglés que luchaba por encontrar una palabra equivalente a los caracteres chinos que representan al feng shui, adoptó «geomancia» porque su diccionario mencionaba vagamente los conceptos «tierra» y «adivinación». No se paró a considerar que la palabra ya hacía referencia a una práctica europea existente en ese momento y con la que no guardaba relación alguna. Así, la palabra se convirtió en una traducción de feng shui.

Ochenta y uno
El siguiente número del lado derecho de la *lambda* es el 81, ó 3^4, ó 9×9. Es éste un número que recibe muy escaso respeto por parte de los numerólogos, aunque resulta muy significativo en lo que se refiere a la

estructura del universo. Su importancia viene presagiada por IAO, el nombre gnóstico de Dios, cuyas letras suman 81. Este valor se calcula con el sistema de la *isopsephia* griega (o, por emplear el término cabalístico, *gematria*), muy común incluso antes de la época de Pitágoras y que asigna números a las letras:

I (10) + A (1) + O (ómicron) (70) = 81
I (10) + A (1) + O (omega) (800) = 811

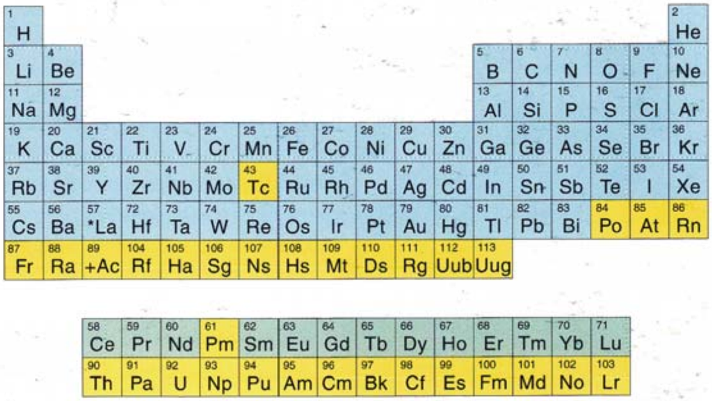
La *lambda* de la época moderna

El moderno pitagórico Peter Plichta ha redescubierto varios de los secretos de la *lambda* y los ha aplicado a la química moderna. El doctor Plichta es un polimatemático licenciado en química y física, aunque piensa como un pitagórico y acepta que los números son partes reales, y con una existencia independiente, del marco del universo físico.

El doctor Plichta se siente fascinado por los números primos. ¿Por qué, por ejemplo, aparecen al azar en la serie de números cuando contamos de uno en adelante y no con algún tipo de orden regular? De hecho, se hacen más raros a medida que avanzamos. Ha recuperado el «teorema de los números primos» de Hadamard (1896), que indica que la disminución de los números primos que surgen en la secuencia numérica de uno a infinito está relacionada con el número de Euler, el logaritmo natural $e = 2{,}718$. Ha observado que este número rige también diversas leyes naturales, como la desintegración radiactiva y la velocidad de escape, y se ha preguntado si los números primos también rigen la naturaleza de un modo similar.

En principio pensó en la tabla periódica de elementos, fascinante para cualquier persona interesada en el orden del universo. Los elementos estables están constituidos por elementos con número atómico 1, 2, 3, ..., 83. Por encima de 83 (bismuto), los elementos como el 90 (torio) o 92 (uranio) son inestables. De hecho, algunos sólo se pueden crear en laboratorio y luego dividirse en otros elementos, en particular 91, 89, 88, 87, 86, 85 y 84.

Sin embargo, y por alguna extraña razón, los elementos con número atómico 43 y 61 (tecnecio y promecio) no existen de forma natural en ninguna parte del sistema solar. Por tanto, existen exactamente 81 elementos estables, el número de IAO y el número *lambda* clave. Otro extraño dato pitagórico es que los elementos pueden tener hasta diez variantes (o isótopos), pero *nunca* ninguna más. Como Pitágoras ya declaró, el 10 es el número de la terminación.



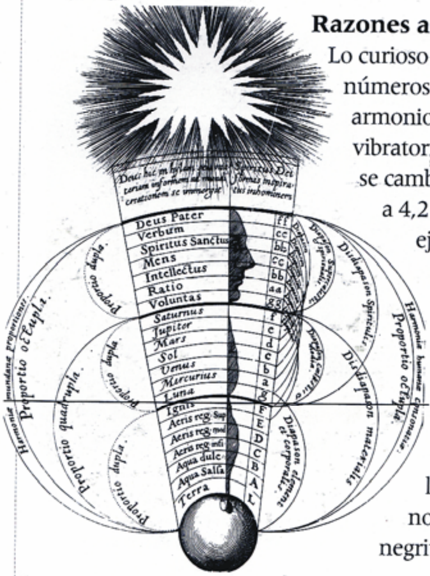
ARRIBA. La tabla periódica de elementos muestra sólo 81 elementos estables. Los elementos en casillas amarillas son inestables o no aparecen en la naturaleza.

Música, vibración y números enteros

Escuchamos el sonido porque percibimos las vibraciones del aire. El tono refleja la «velocidad» de la vibración. Los instrumentos de cuerda permiten que se toque más de una nota a un mismo tiempo, y las notas tocadas simultáneamente en un instrumento pueden sonar de forma armoniosa o discordante. Resulta sorprendente que esto no dependa de las preferencias musicales de una persona, sino de un orden objetivo, aritmético, que subyace en las cuerdas vibrantes y en toda la música.

Toca una nota pulsando la cuerda de una guitarra. A continuación, divide en dos la longitud de la cuerda apretándola con un dedo y púlsala de nuevo. Escucharás una nota más alta: el doble de la frecuencia de la primera. De hecho, se trata de la misma nota pero una octava más alta («octava» hace referencia a las ocho notas de una escala mayor; véase tabla, derecha). Acortar la cuerda en otros puntos a lo largo del mástil de la guitarra produce notas diferentes, que son otras longitudes fraccionarias, o razones, de la nota original.

ABAJO. Percepción de Robert Fludd del monocorde que divide el universo y la escala musical con las mismas divisiones aritméticas.



Razones armoniosas

Lo curioso es que sólo las razones de números enteros producen resultados armoniosos; la razón de la frecuencia vibratoria de la octava musical es 2:1. Si se cambiaran las razones de las cuerdas a 4,2 ó 3,7 unidades de longitud, por ejemplo, el resultado sería disonante. Este descubrimiento confirma la creencia pitagórica de que existe algo especial, sagrado incluso, en los números enteros. En música, estas razones de números enteros forman escalas, los ladrillos de la música. Cada razón tiene un nombre y las que aparecen en negrita (véase tabla) forman una escala diatónica mayor (la escala de *Do-Re-Mi*, que nos resulta tan familiar a la mayoría), aquí en clave de Do mayor. Las razones permanecen constantes para cualquier clave.

El carácter de las escalas

Existen muchas escalas con diferentes «personalidades» musicales. Una escala menor, que emplea la tercera menor en lugar de la tercera mayor, se suele considerar

INTERVALOS Y RAZONES DE LA ESCALA

NOMBRE	RAZÓN	NOTA	
Tónica (nota primera o raíz)	**1:1**	**Do**	Unísono; la misma nota
Segunda	**8:9**	**Re**	
Tercera menor	5:6	Mi bemol	
Tercera mayor	**4:5**	**Mi**	
Cuarta	**3:4**	**Fa**	
Quinta	**2:3**	**Sol**	
Sexta menor	5:8	La bemol	
Sexta mayor	**3:5**	**La**	
Séptima menor	9:16	Si bemol	Denominada séptima dominante
Séptima mayor	**8:15**	**Si**	
Octava (ocho notas por encima)	**1:2**	**Do**	La nota una octava más alta, el doble de frecuencia
Duodécima	1:3	Sol	Una quinta por encima de la octava

IZQUIERDA. Pitágoras descubre la armonía aritmética del sonido. Obsérvese que los martillos, las campanas, los vasos, las cuerdas y las flautas están todos calibrados como 4, 6, 8, 9, 12 y 16.

melancólica. El cambio (cadencia) de un acorde mayor a su versión menor resulta tenebroso, y el cambio de menor a mayor recibe el nombre de «tercera de picardía».

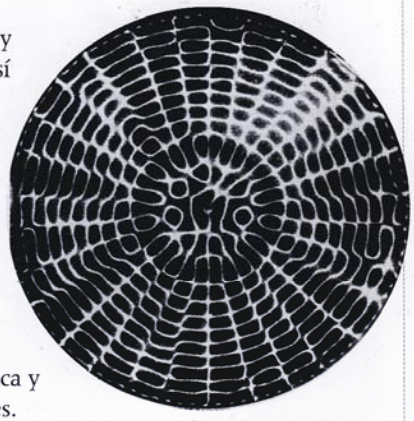
Los músicos emplean la personalidad de las diferentes escalas y cadencias para demostrar el profundo potencial emotivo que deriva de la subyacente aritmética de Pitágoras. Para él, la armonía musical era otra confirmación más de que los números enteros y las fracciones exactas son sagrados, mientras que las fracciones inexactas no lo son. Las escalas pentatónicas, cuya versión mayor tiene las mismas razones que las notas negras del piano, aparecen en la música folklórica de todo el mundo y nos resultan familiares a todos. Las encontramos en los himnos y en la música popular y folklórica; la canción *Amazing grace*, por ejemplo, tiene una melodía pentatónica mayor.

Una nota suplementaria añadida entre la cuarta y la quinta de una escala pentatónica menor (la famosa «nota blue» del blues, el jazz y la música rock) posee un carácter fuerte. Las culturas no europeas tienen escalas musicales diferentes (los chinos emplean escalas pentatónicas y los indios veintidós notas, como en una escala persa), pero el principio de las razones de números enteros siempre se cumple.

La belleza de la armonía

He aquí el dato decisivo. Si mueves el arco de un violín sobre una placa metálica afinada en la que se ha espolvoreado un polvo fino (el mejor es el polvo de licopodio), los granos se alinean formando patrones complejos. Por tanto, los números sagrados no sólo rigen las órbitas planetarias y la armonía musical, sino que estas notas también crean preciosas formas geométricas. Esto demuestra la relación directa de determinados números con determinados patrones de notas, y estos patrones son muy bellos. Así sucede también con la arquitectura; como en el caso del Partenón, cuando se dibuja partiendo de números sagrados y sus combinaciones, se obtiene una belleza que podemos percibir de manera instintiva, pero que puede que no nos hayamos percatado de que está firmemente basada en la aritmética y la geometría sagradas subyacentes.

ABAJO. Dibujo producido cubriendo de polvo una placa metálica y moviendo un arco de violín por encima de ella para producir una frecuencia concreta.



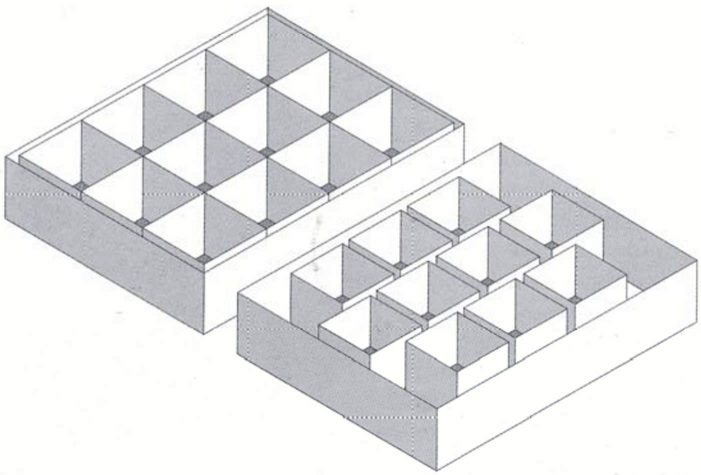
El valor de las fracciones

En el pasado, la gente solía contar de doce en doce o de sesenta en sesenta y dividía de cabeza estos números entre 2, 3, 4 u otro número. Era más fácil trabajar con 12 ó 60 porque estos números pueden dividirse entre otros muchos con resultado exacto. El 10 no puede dividirse de este modo. Toda la esencia de contar se reduce a calcular fracciones de un todo y las proporciones de sus partes.

Diez es sólo divisible entre 2 y 5, por lo que no resulta muy flexible. Doce, sin embargo, es divisible entre 2, 3, 4 y 6. Sesenta es mucho mejor, pues puede dividirse entre 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20 y 30. La idea está clara. Por eso, en lugar de una serie infinita de decimales se pueden dividir cosas con mucha precisión empleando un conjunto de fracciones mucho más pequeño, como 1/60, 2/60, 3/60, y así sucesivamente.

Hace cien años habría resultado natural pensar en siete huevos contenidos en una caja de doce como 7/12 del contenido de la caja. La matemática moderna demanda una respuesta decimal de 0,5833333. Ninguna civilización antigua habría soñado con utilizar 0,5833333 para una cosa tan sencilla; habrían empleado fracciones simples. Muchas fracciones o relaciones pueden representarse mediante un número entero dividido entre otro, como 7/12 ó 2/3 (en lugar de 0,6666666). Este sistema puede también expresar fracciones como razones. Así, 7/12 es lo mismo que 7:12 y 2/3 es lo mismo que 2:3. Las fracciones se recuerdan mejor, son más fáciles de manejar y reflejan el valor exacto que debemos expresar.

ABAJO. Doce elementos pueden almacenarse de forma natural en una caja casi cuadrada, mientras que diez no se agrupan tan cómodamente.



La elección del mejor divisor

La elección del divisor (o denominador, la parte inferior de la fracción) es de suma importancia, por lo que debemos descubrir qué divisores utilizó un grupo concreto de arquitectos, constructores o una civilización. Una vez que hemos establecido este dato, podemos traducir todas las medidas precisas modernas tomadas en metros, yardas, pies y pulgadas al sistema empleado por los constructores originales. Cuando tenemos disponibles esos números enteros, la imagen se vuelve mucho más clara y podemos disponernos a examinar el simbolismo, el significado y la utilización de los edificios.

Tomemos un ejemplo muy sencillo y ficticio. Si encontraras un edificio que midiera 666 unidades de longitud (de momento no te preocupes por el tipo de unidades) en lugar de 552,1563 metros, podrías deducir razonablemente que el edificio tendría algo

Los novenos

Un grupo significativo de decimales se expresa con mayor facilidad como novenos, lo que resulta especialmente importante en las mediciones griegas (10/9 es el factor de conversión entre el pie griego estándar y el antiguo):

$0{,}111\ldots = \frac{1}{9}$
$0{,}222\ldots = \frac{2}{9}$
$0{,}333\ldots = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Y el patrón sigue repitiéndose incluso por encima del 1:

$1{,}111\ldots = \frac{10}{9}$
$1{,}222\ldots = \frac{11}{9}$
$1{,}333\ldots = \frac{12}{9}$

que ver con el Sol (el 666 es un número solar simbólico) o incluso con la Bestia de las Revelaciones. Si midiera 552,1563 metros no llegarías a una deducción semejante. He empleado un número simbólico, que la mayoría de vosotros habrá reconocido, para que se vea claramente lo que quiero expresar. Por eso, en este libro intentaré dar, siempre que sea posible, tanto la medida moderna como las cifras de la unidad antigua. La lógica de estas medidas nos permitirá deducir mucho más acerca de la geometría sagrada del edificio.

Cuando estamos sacando factores de conversión entre medidas modernas y antiguas, pronto se hace patente que las diferentes gentes, lugares y civilizaciones del mundo antiguo compartían las mismas unidades. También se ve claramente que existían conexiones definidas entre las medidas de cosas aparentemente independientes, como la longitud, el peso, el volumen e incluso el tiempo. Esta unidad parece corroborar la presencia de medidas antiguas reales y significativas.

IZQUIERDA. Los relojeros franceses resistieron con éxito la decimalización del tiempo, y los relojes siguen teniendo sesenta minutos en cada hora en lugar de cien.

Medidas antiguas y modernas

Medidas a convertir	Métrico (cm)	Métrico (m)	Imperial (pulgadas)	Imperial (pies)
1 pulgada megalítica	2,074	0,020	0,816	0,068
1 yarda megalítica	82,966	0,829	32,664	2,722
1 vara megalítica	497,799	4,977	195,984	16,332
1 codo estándar	44,893	0,448	17,674	1,472
1 codo real	52,375	0,523	20,620	1,718
1 remen	74,069	0,740	29,156	2,429
1 pie romano	29,260	0,292	11,52	0,96
1 pie griego	30,48	0,3048	12	1,000
1 pie griego recortado	33,866	0,338	13,333	1,111
1 estadio griego	18288	182	7200	600
1 pletro griego	3048	30	1200	100

La medición de la Tierra con dos palos

Gran parte de las afirmaciones de la ciencia moderna fueron, de hecho, descubiertas hace miles de años y perdidas durante la Edad Media. Una de ellas es el hecho de que la Tierra es esférica, y el geómetra que lo afirmó midió la circunferencia terrestre con enorme exactitud..., utilizando simplemente dos palos.

ARRIBA. Eratóstenes, el hombre que midió la circunferencia terrestre hace más de veintidós siglos, utilizó solamente geometría básica y observación.

Una nueva unidad de medida está relacionada a menudo con algún fenómeno natural. Los patrones más obvios son el cuerpo humano (codo, palmo, dedo), la astronomía (día, año) o la Tierra (longitud de un grado de longitud). No podemos afirmar con seguridad lo que se utilizó para crear todos los antiguos patrones de longitud, peso o tiempo, pero sí sabemos qué medidas se consideraron sagradas.

Cuando a principios del siglo XIX los franceses decidieron establecer el metro como su patrón de longitud, lo basaron en 1/40.000.000 de la circunferencia terrestre. ¿Cómo podían medirlo? Siguieron un método no más sofisticado que el de Eratóstenes (*c.* 275-194 aC.), un geómetra griego que vivió en Egipto hace más de dos mil años.

ABAJO. Obelisco de Alejandría, cuya sombra variaba de longitud a lo largo del año. Quizás esto fue lo que sugirió el método de Eratóstenes.

Ángulos de sombra

Eratóstenes dedujo que, dado que la Tierra era una esfera, podía utilizar el Sol y la geometría de las líneas paralelas para medir la circunferencia terrestre. Viajó (él mismo o sus ayudantes) a la ciudad de Siena (cerca de la actual Asuán, en Egipto) y encontró el punto exacto donde a mediodía del solsticio de verano (alrededor del 21 de junio en el hemisferio norte) el Sol estaría directamente sobre su cabeza. Éste es el momento del año en que el Sol alcanza su punto más septentrional (en los mapas modernos se señala con el trópico de Cáncer) y una vara vertical no proyecta sombra alguna.

Exactamente en ese momento midió el ángulo de la sombra que proyectaba una vara en Alejandría, el punto más septentrional de Egipto y la ciudad cuya gran biblioteca dirigía. El ángulo era de 7° 12 minutos.

Los rayos del sol en Siena y Alejandría son paralelos, por lo que empleando la geometría euclidiana (como se muestra en el diagrama) dedujo que el ángulo producido por la posición de estas dos ciudades con el centro de la Tierra era también de 7° 12 minutos.

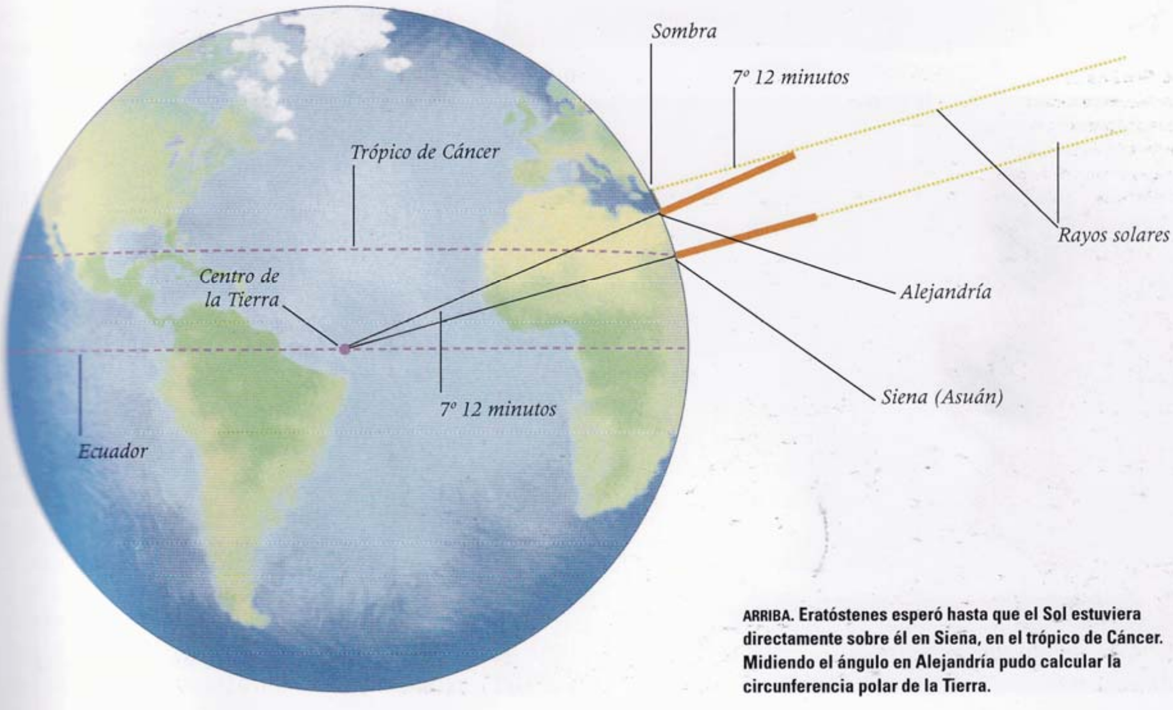
Alejandría estaba situada a 5.000 estadios de Siena, por lo que infirió que:

Si 7° 12 minutos (es decir, 7,2°) = = 5.000 estadios, entonces 360° (la circunferencia de la Tierra) = = 5.000 × 360 / 7,2 = 250.000 estadios

250.000 estadios son 39.186 kilómetros, una medición sorprendentemente exacta para haber sido calculada por un hombre con dos palos y una rueda de medir en dos ciudades del antiguo Egipto. La estimación media moderna (realizada con todo tipo de aparatos tecnológicos carísimos) de la circunferencia terrestre es de 39.875 kilómetros, ¡lo que supone una diferencia de 1,7 por 100!

Es éste un experimento que, en teoría, cualquiera de nosotros podría realizar en la actualidad, pero su esencia estriba en una medición exacta y un conocimiento de la geometría básica. La medición francesa, por cierto, estaba ligeramente equivocada, pues no tomó en cuenta el ligero achatamiento de la Tierra en los polos norte y sur.

ARRIBA. Raro teodolito colonial de bronce calibrado en grados.



ARRIBA. Eratóstenes esperó hasta que el Sol estuviera directamente sobre él en Siena, en el trópico de Cáncer. Midiendo el ángulo en Alejandría pudo calcular la circunferencia polar de la Tierra.

Unidades de medida originales

Cuando observamos estructuras antiguas y la geometría sagrada que contienen, debemos pensar como lo hicieron los constructores originales y trabajar con sus mismas unidades de medida en lugar de hacerlo con las nuestras modernas.

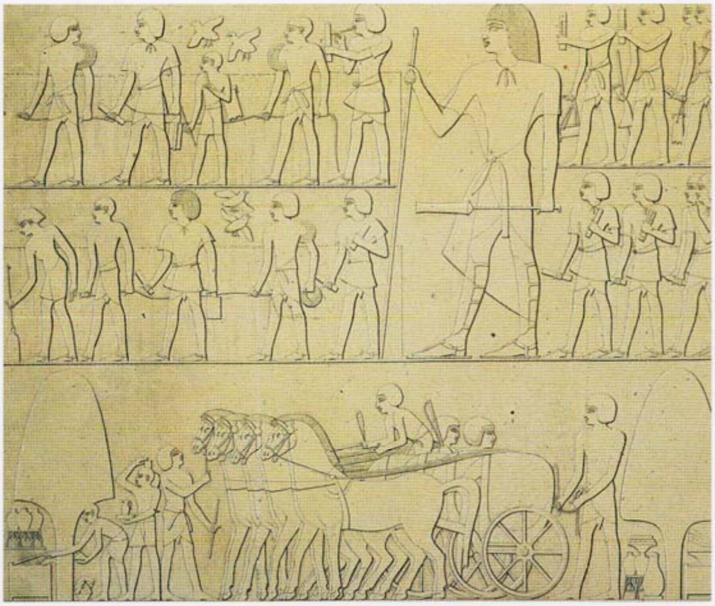
Al establecer las dimensiones de un edificio, los diseñadores de estructuras sagradas y templos empleaban a menudo unidades formadas por números exactos con una cualidad mágica. Por ejemplo, la altura de la Gran Pirámide, en Egipto, es de 146,808 metros, con una base de 233,439 metros. Sin embargo, si decimos que tiene 280 codos de altura con una base de 440 codos, todo se aclara mucho más. Si además utilizamos números enteros originales y fracciones simples, podemos empezar a analizar las proporciones sagradas y la geometría asociada a ellas que contienen estas magníficas y duraderas estructuras.

Comprensión y exactitud

Si supiéramos la unidad de medida original que se utilizó para construir un círculo de piedras primitivo como Stonehenge, podríamos comprender mejor esta estructura. El diámetro interior de un círculo de piedras puede leerse como 29,663 metros en nuestra medida decimal moderna, pero si descubriéramos la unidad de medida original podríamos decir que el diámetro era un número entero, como 36 yardas megalíticas. El número 36 claramente afirma algo acerca del simbolismo del círculo, mientras que 29,663 no.

Si las unidades originales de medida no son

ABAJO. Dibujo de hombres egipcios midiendo distancias con cuerdas y nudos, por P. Marchandon de la Faye, *c.* 1879.



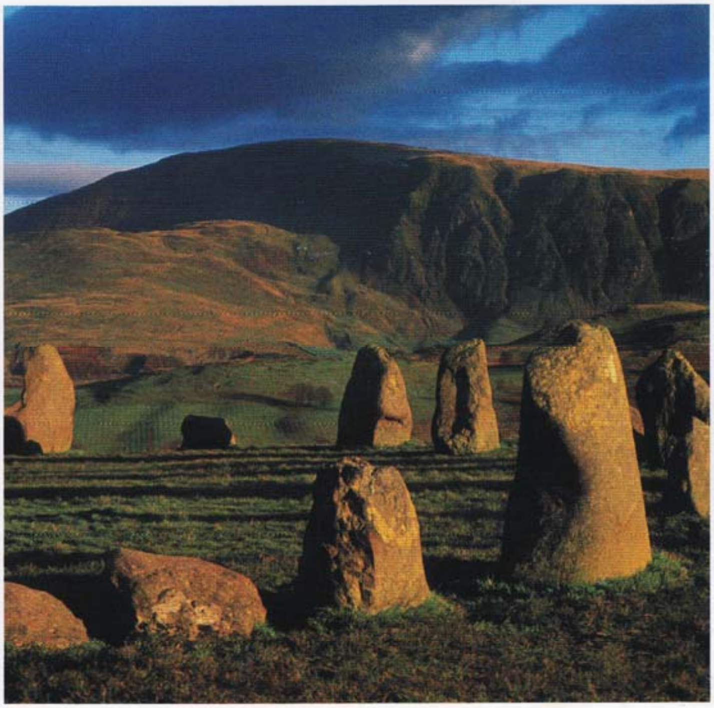
ARRIBA. Allí donde falta la punta de una pirámide, se puede utilizar geometría simple para calcular su altura. Piedra superior de la pirámide de Ramose, escriba de la tumba real de Ramsés II, Egipto.

fáciles de aplicar, una buena alternativa es utilizar razones. Edificios como el Partenón, Stonehenge o la Gran Pirámide pueden medirse con unidades métricas modernas, pero las razones de las medidas pueden revelar unos resultados más significativos. A menudo estas razones resultan ser sencillas fracciones de números enteros, o «número mágicos», como la proporción áurea (véanse páginas 34-39). Es evidente que una razón es siempre la misma, con independencia de las unidades que se empleen.

Por último, el uso de unidades de medida originales nos da la oportunidad de corregir al milímetro las mediciones defectuosas y hacerlas más exactas (con esto no quiero decir que haya que tomarse libertades con las cifras). Las piedras de todos los monumentos antiguos han sido dañadas, movidas o erosionadas, por lo que incluso la mejor medición es incapaz, a menudo, de deducir la longitud original exacta. Si uno obtiene una medida de 233,439 metros, no tiene modo de comprobar si es correcta, pero una medición de 439,78 codos tiene más probabilidades de haber sido en origen de 440 codos exactos. Por consiguiente, aunque no estoy de acuerdo con manipular los números para conseguir las respuestas «correctas», sí creo que el empleo de las unidades de medida originales puede con frecuencia sacar a la luz pequeñísimas discrepancias originadas por el paso del tiempo o el empleo de una cinta de medir floja.

Las antiguas unidades radicales de medida

¿Por qué son tan importantes las unidades de medida? En toda cultura existe una preferencia por los números redondos, y esto suele ser una pista. Es más probable que un diseñador o un arquitecto hayan especificado que algo tiene 2 metros de largo en lugar de

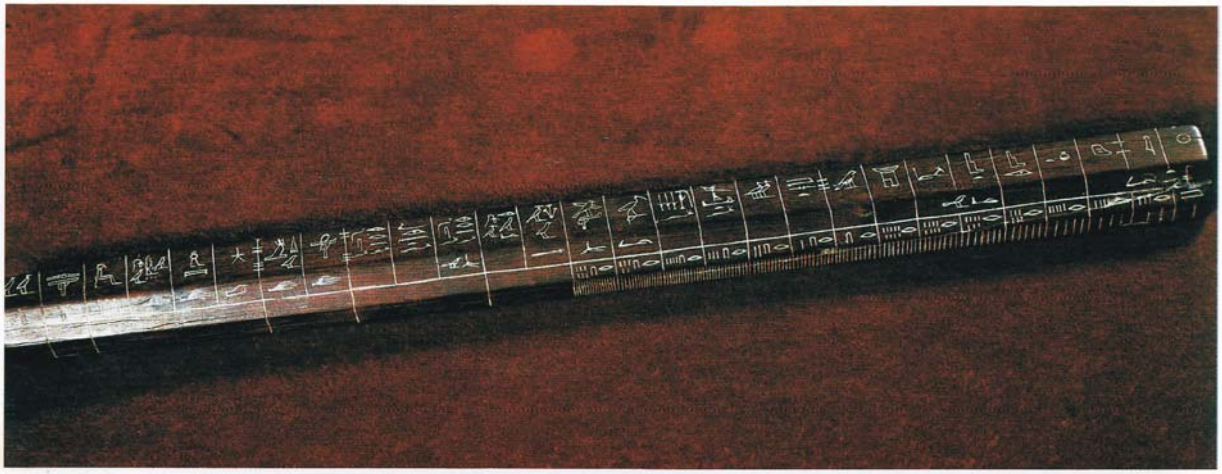


1,946 metros; esto es naturaleza humana básica.

Para muchas estructuras (en particular las religiosas o sagradas), la elección de las unidades para una dimensión no será sólo un número entero, sino muy a menudo un número mágico o sagrado. Es más probable que un templo tenga 60 ó 64 unidades de longitud que no 63, con medidas subsidiarias en razones de números enteros (ó $\sqrt{2}$, ó $\sqrt{3}$) de las dimensiones principales. ¿Por qué? Debido a que nuestras ideas subconscientes de la belleza, a las que nos referimos como proporción, dependen de una división geométrica proporcional.

Se ha dedicado gran cantidad de trabajo al descubrimiento de las unidades de medida antiguas para poder dibujar planos de estructuras, con sus unidades originales, que muestren estas razones clave. ¿Cuáles eran los

ARRIBA. Castlerigg Stone Circle, cerca de Keswick (Inglaterra), puede datar del año 3200 aC. Podemos ver algunos de sus 38 menhires, que forman un círculo de 36 yardas megalíticas de diámetro.



ARRIBA. Regla egipcia que muestra las divisiones del codo en fracciones.

patrones antiguos de longitud, peso y tiempo? En el caso del pie romano y del pie griego, están bien documentados, pero cuando se trata de monumentos megalíticos anteriores al descubrimiento de la escritura sólo podemos deducir qué unidad emplearon midiendo muchas estructuras y relacionando entre sí nuestros descubrimientos. Dos de estas medidas primitivas son las llamadas yarda megalítica y codo. El codo está bien documentado, pero la yarda megalítica viene derivada de retroajustes.

La yarda megalítica

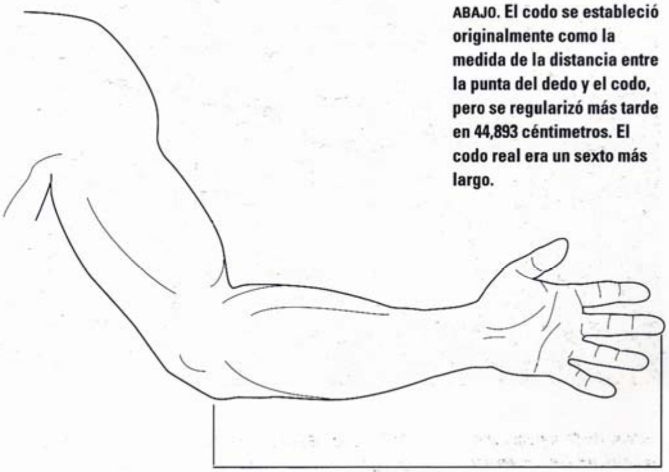
Aunque en principio pueda parecer poco probable, la evidencia sugiere que existía un sistema de medición uniforme que se extendía por una amplia variedad de culturas. Los investigadores, entre los que se incluyen el profesor Alexander Thom y John Michell, concluyen que todos los antiguos arquitectos de estructuras megalíticas en una gran parte de Europa utilizaban una unidad de medida concreta.

Las medidas originales solían ser muy exactas, y parece razonable pensar que los emplazamientos megalíticos serían cuidadosamente medidos y planificados antes de que piedras tan inmensas fuesen trasladadas distancias considerables para realizar la estructura. Thom llamó a esta teórica unidad de medida empleada en los emplazamientos megalíticos «yarda megalítica» y la equiparó a 0,8296 metros.

Es preciso tomar la precaución de no permitir que nuestro modo de pensar moderno tiña nuestra visión del pasado. Aunque los inventores franceses del metro lo definieran en términos de la circunferencia terrestre, no podemos por ello asumir que nuestros predecesores habían tenido necesariamente la misma idea. Así, por ejemplo, Michael Behrend (autor de la monografía *The Landscape Geometry of Southern Britain*) sugirió en 1976 que una unidad antigua empleada por los agrimensores megalíticos (295,32 metros) estaba formada por el radio ecuatorial de la Tierra dividido entre 6 × 60 × 60, derivado sólo de seis mediciones.

La dificultad de estas afirmaciones estriba en que, incluso si nuestros remotos antepasados hubieran conocido el diámetro o la circunferencia exactos de la Tierra, ¿los habrían utilizado como base de sus mediciones? Yo creo que no. Dada la diferencia de magnitud entre las dimensiones de la Tierra y una regla de

ABAJO. El codo se estableció originalmente como la medida de la distancia entre la punta del dedo y el codo, pero se regularizó más tarde en 44,893 céntimetros. El codo real era un sexto más largo.



Codo

unidades, siempre es fácil deducir o amañar una razón que resulte conveniente. Los griegos ya habían averiguado la circunferencia de la Tierra (véanse páginas 26-27), pero su patrón de medida era anterior a este descubrimiento.

Dudo que ninguna civilización, excepto la francesa, haya basado jamás sus unidades de medida en un cálculo de la circunferencia terrestre. Las unidades venían derivadas de cosas fácilmente observables y corrientes, como la longitud (estandarizada) de un brazo o el peso de una semilla de trigo. El único sistema que ha empezado con lo que pensaban era el tamaño de la Tierra ha sido el sistema métrico francés, que también se equivocó en la medición original.

Una aproximación más fructífera es la realizada por los autores de *La primera civilización*, Christopher Knight y Alan Butler. Parecen haber descubierto que, sorprendentemente, muchos sistemas de medida en apariencia modernos tienen grandes probabilidades de derivar de la yarda megalítica original. Esto parece un camino más prometedor, por lo que yo he modificado su enfoque ligeramente para utilizar la yarda megalítica, que de forma casi milagrosa proporciona a muchos emplazamientos números enteros para sus dimensiones clave y en consecuencia, en muchos casos, aparecen números mágicos o sagrados con una regularidad mucho mayor que la media estadística. El valor de esta yarda megalítica es de 0,8296 metros = = 82,96 centímetros.

El codo

En la Edad Media el patrón era siempre el codo, una medida que dependía de la longitud del antebrazo de un hombre adulto. Sin embargo, existen dos codos diferentes: el real y el estándar. Cada codo real estaba dividido en siete unidades menores llamadas palmos, que se correspondían con el ancho de una mano. Un codo estándar estaba dividido en seis palmos. Estas dos medidas eran empleadas para distintos tipos de estructuras, con lo que su diferencia nunca supuso ningún problema. El palmo estaba a su vez dividido en cuatro dedos, lo que daba 24 ó 28 dedos por codo, dos cifras eminentemente divisibles. Como los tamaños de los cuerpos varían, los egipcios fijaron sus codos. Los definiríamos como:

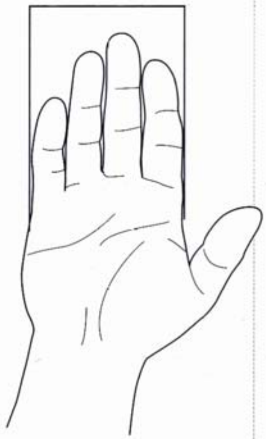
Codo real = 52,375 cm

Codo estándar = 44,892 cm

Sabemos que estas medidas son absolutamente precisas porque se han encontrado reglas metálicas egipcias que muestran estas divisiones, con lo que la posibilidad de un cálculo erróneo es inexistente.

Sin embargo, la yarda megalítica no estaba relacionada con el codo tanto como a nuestro sentido del orden le gustaría.

Palmo



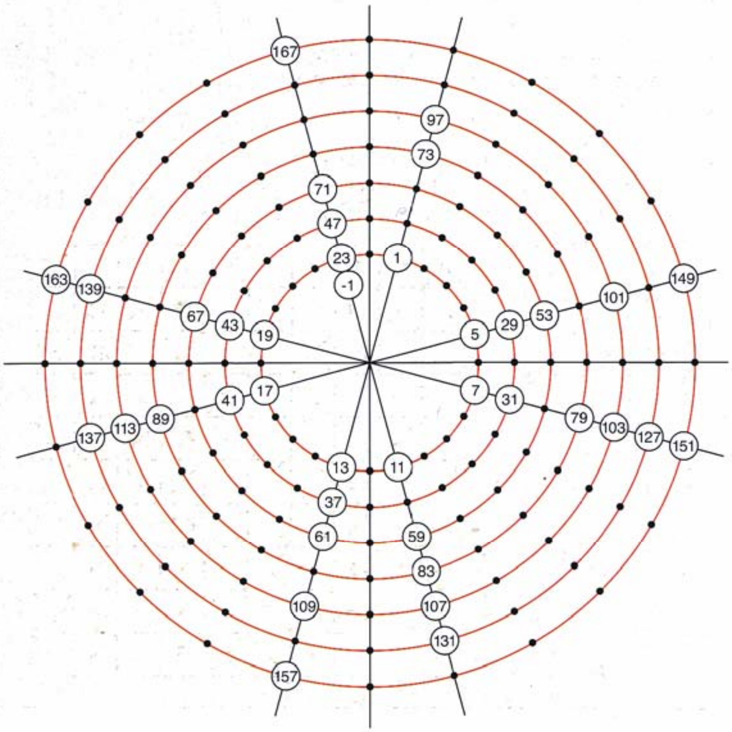
ARRIBA. El palmo equivale a la anchura de cuatro dedos. Seis palmos hacen un codo y siete palmos, un codo real.

La curiosa naturaleza de los números primos

Los números primos son bastante misteriosos, y hasta el día de hoy los matemáticos han intentado, en vano, descubrir algún orden en su secuencia. Los números primos crecen de forma errática, como la mala hierba, entre los números compuestos. No parecen obedecer otra ley que la de la casualidad y nadie ha sido capaz, hasta la fecha, de predecir dónde aparecerá el siguiente.

En otros aspectos, los números primos exhiben una asombrosa regularidad y satisfacen muchas extrañas y maravillosas propiedades. De hecho, los primos son muy importantes en el aspecto comercial, y los programadores están constantemente esforzándose por inventar algoritmos de factorización prima que puedan generar factores primos de cualquier entero dado.

ABAJO. Círculo de números primos de Peter Plichta que muestra su regular irregularidad.



Existe un teorema fundamental que establece que cualquier entero puede representarse de un único modo como producto de primos. Muchos de los códigos de banca e Internet que usamos hoy en día están basados en la dificultad de factorizar los números primos. Si hubiera alguna persona capaz de inventar un método general de factorizar primos, la gran mayoría de los métodos de cifrado utilizados en la actualidad se volverían descifrables. Podemos ver, por tanto, que la aritmética de los números primos no es un pasatiempo pitagórico, sino una cuestión muy seria.

¿Qué es un número primo?

Un número primo es un entero positivo que no tiene otros divisores positivos que el 1 y él mismo. Por ejemplo, los únicos divisores de 13 son 1 y 13, lo que hace que éste sea un número primo. El número 24 tiene muchos divisores (1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24), lo que significa que no es un número primo. Los enteros positivos que no son primos se denominan números compuestos. Los números primos son, por tanto, números que no pueden dividirse en factores, y en cierto sentido pueden ser considerados como los ladrillos de todos los números compuestos.

El número 1 constituye un caso especial y no se considera primo ni compuesto. Al excluir el 1, el menor de los números primos es el 2. Pero dado que 2 es el único primo par, puede ser excluido de la lista de primos.

La firma de los números primos

Sabemos que los pueblos antiguos se sentían fascinados por los números primos y por las fracciones. ¿Cómo se comportan los números primos utilizados como denominadores de fracciones? Probemos a desarrollar algunas fracciones primas:

$1/3$ = **0,3333333333...** (se repite la misma cifra).
$1/5$ = **0,2** (aquí no hay nada interesante).
$1/7$ = **0,142857 142857 142857** (se repite el bloque completo de seis cifras).
$1/11$ = **0,09 09 09 09...** (se repite solamente 09, un bloque de dos cifras).
$1/13$ = **0,076923 076923 076923...** (se repite otro bloque de seis cifras).

Si tomamos sólo los séptimos, podemos desarrollar esta secuencia todavía más. Veremos que el mismo grupo de seis cifras se repite indefinidamente, pero empezando cada vez en un punto diferente. Es casi como si 142857 fuese una especie de «firma» del número primo 7.

$1/7$ = 0,142857 142857 142857
$2/7$ = 0,2857 142857
$3/7$ = 0,42857 142857
$4/7$ = 0,57 142857 142857

También se pueden desarrollar las firmas de otros números primos.

Los números primos pueden obtenerse de la criba de Eratóstenes (véase recuadro). Los primeros primos son 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37... El mayor primo descubierto hasta ahora, en febrero de 2005, es el primo Mersenne: $2^{25964951} - 1$. Sin embargo, no existe un final a la vista.

Con la excepción del 2 y del 3, todos los primos cumplen la fórmula $p = 6n \pm 1$. Por ejemplo, para $n = 5$, los primos serían 29 y 31 ($6 \times 5 \pm 1 = 29$ ó 31).

La criba de Eratóstenes

Eratóstenes (*c.* 275-194 aC.) desarrolló una técnica de criba para descubrir todos los números primos. El procedimiento es el siguiente:

1 Escribe la secuencia de los números enteros desde 2 hasta el número más alto, *n*, que desees incluir en la tabla.

2 Tacha todos los números mayores de 2 que sean divisibles por 2 (en otras palabras, uno sí y otro no), pues no pueden ser primos jamás. Encuentra el menor de los números restantes que sea mayor de 2. Es el 3.

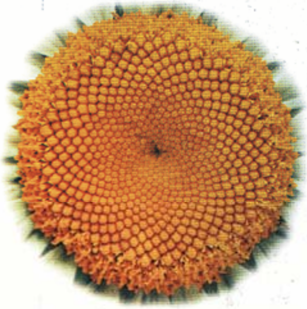
3 Tacha todos los números mayores de 3 que sean divisibles por 3 (el primero de cada tres números siguientes). Encuentra el menor de los números restantes que sea mayor de 3. Es el 5.

4 Tacha todos los números mayores de 5 que sean divisibles por 5 (el primero de cada cinco números siguientes).

Sigue así hasta que hayas tachado todos los números divisibles por $\sqrt{n}$ (el mayor de los números en los que estás interesado). Los números que queden son primos. El procedimiento en este ejemplo sólo necesita tachar los primos hasta $\sqrt{50}$; es decir, 7, y nada más.

~~1~~	**2**	**3**	~~4~~	**5**	~~6~~	**7**	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	**13**	~~14~~	~~15~~	~~16~~	**17**	~~18~~	**19**	~~20~~
~~21~~	~~22~~	**23**	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	**29**	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	**37**	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	**43**	~~44~~	~~45~~	~~46~~	**47**	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	**53**	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	**59**	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	**67**	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	**73**	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	**79**	~~80~~
~~81~~	~~82~~	**83**	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	**89**	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	**97**	~~98~~	~~99~~	~~100~~

La proporción áurea: aritmética del crecimiento



ARRIBA. El botón de esta margarita es un ejemplo de forma natural diseñada sobre dos espirales interconectadas derivadas de la progresión Fibonacci.

Johannes Kepler (1571-1630) describió la sección áurea como «uno de los dos grandes tesoros de la geometría» y la asemejó, de manera un tanto poética, a una joya preciosa. En el siglo XVI se la denominó «proporción divina» y en el XIX recibió el título de «número áureo», «razón áurea» o «sección áurea». Nosotros la llamaremos «proporción áurea».

La letra griega que designaba la proporción áurea solía ser la *tau*, que procede de la palabra griega «cortar» o «sección». Desde principios del siglo XX se expresa como *phi* (Φ), la primera letra del nombre del escultor griego Fidias (490-430 aC.), en honor a las diversas bellas formas que él discurrió. Más adelante estudiaremos el uso de Φ en varias obras de arte y su utilización relativamente menor en la principal obra de Fidias, el Partenón de Atenas (véanse páginas 124-127).

La creación de la proporción áurea

Phi (Φ) es un número sagrado con un valor de 1,6180339887... Puede utilizarse para dividir una línea o un rectángulo en dos partes desiguales, de forma que la proporción de las dos nuevas partes sea igual a la proporción entre la parte mayor y la línea original. El pensamiento lateral muestra que la división por este número es como la división celular: la división de la línea en esta proporción origina la creación de otra línea proporcionalmente idéntica a la original. Podríamos considerar esta línea que hemos producido como la «hija» de la línea original. El hecho de que Φ permita que este proceso continúe indefinidamente sugiere su papel en la replicación y en el crecimiento.

Hagamos esta división de modo más formal con la línea AB:

A————————————Y————————B

Donde

$$\frac{\mathbf{AY}}{\mathbf{AB}} = \frac{\mathbf{YB}}{\mathbf{AY}}$$

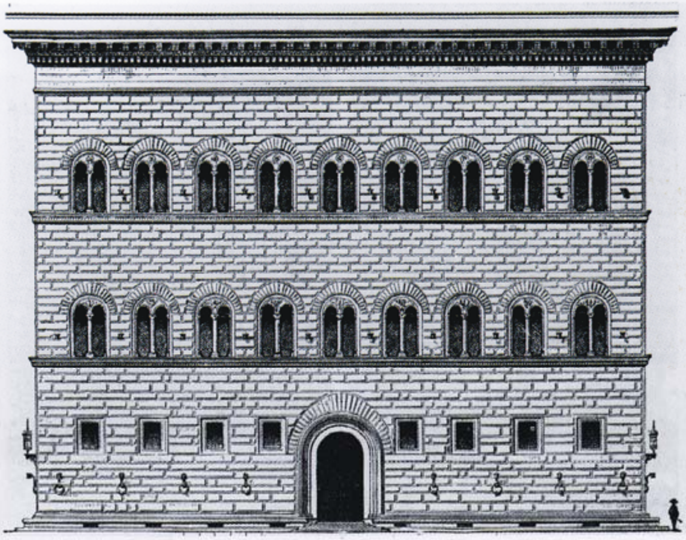
Divídela en el punto Y en dos partes: AY e YB. Para que estas dos partes ilustren la proporción áurea, la razón entre AY e YB tiene que ser exactamente igual a la razón entre AB y AY. Esta razón es siempre 1,6180339887... a 1.

Este decimal sigue indefinidamente, por lo que su valor no puede expresarse perfectamente en forma decimal: nos encontramos ante un «número irracional». Los números irracionales son aquellos que no pueden ser expresados por un final o un patrón regular de repetición de números tras la coma decimal. Otro número irracional es *pi* (π) (3,1415926...). A pesar de ser un número irracional, Φ puede formar números racionales enteros en su relación consigo mismo. En geometría es una parte integral de la generación de muchos poliedros (véanse páginas 56-57) y muchas fuentes lo demuestran, pues la naturaleza lo utiliza ampliamente para construir formas de vida.

La construcción de un pentágono

Cuando se dibuja un pentágono con medidas, en lugar de con un compás, se está haciendo según la fórmula:

Longitud del lado de un pentágono regular inscrito en un círculo de radio 1 unidad = $\sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}/2$.



DERECHA. El Palazzo Strozzi fue diseñado por Leon Battista Alberti y comenzado en 1489 en Florencia (Italia). Posee uno de los planos más regulares y geométricos de entre los regidos por los cánones de las proporciones arquitectónicas del siglo XV.

Cómo construir geométricamente la proporción áurea

Para cortar cualquier línea de acuerdo con la proporción áurea, puedes usar el método de triangulación pitagórica del modo siguiente:

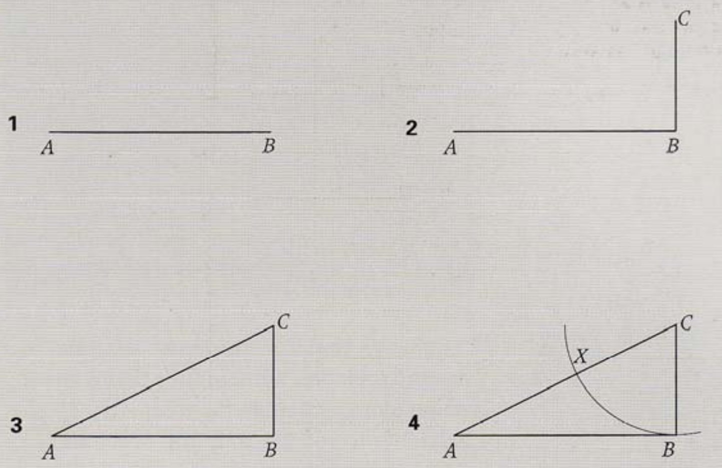
1 Nombra la línea AB.

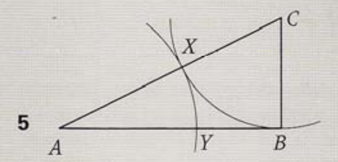
2 Dibuja una línea que forme ángulo recto en el punto B y denomina C a su extremo; la longitud de esta línea debe ser la mitad que la de la línea AB.

3 Dibuja una línea que conecte A con C. Has construido un triángulo rectángulo pitagórico.

4 Sitúa la punta del compás en el punto C y, con un radio CB, dibuja un arco que corte AC en el punto X.

5 Sitúa la punta del compás en A y, con un radio AX, dibuja un arco que corte AB en el punto Y. Este punto Y divide la línea AB siguiendo la proporción áurea.





$$\frac{AY}{AB} = \frac{YB}{AY}$$

Algunas ecuaciones de la proporción áurea (Φ)

Φ	$= (\sqrt{5} + 1)/2$	$= 1{,}618$
Φ^2	$= (\sqrt{5} + 3)/2$	$= 2{,}618$
$1/\Phi$	$= (\sqrt{5} - 1)/2$	$= 0{,}618$

A partir de estos valores, podemos afirmar:

$\Phi^2 = \Phi + 1$
$\Phi = \Phi^2 - 1$
$\Phi + \Phi^2 = \Phi^3$
$\Phi + \Phi^2 + \Phi^3 = \Phi^4$
y así hasta el infinito

$$\begin{aligned}\Phi &= (\text{cosecante } 18^\circ)/2\\ &= 1/(2 \text{ seno } 18^\circ)\\ &= 2 \text{ coseno } 36^\circ\\ &= 2/(\text{secante } 36^\circ)\\ &= 2 \text{ seno } 54^\circ\\ &= 2/(\text{cosecante } 54^\circ)\\ &= (\text{secante } 72^\circ)/2\\ &= 1/(2 \text{ coseno } 72^\circ)\end{aligned}$$

A partir de la observación de estos datos podemos comprobar que 18, 36, 54 y 72 son números clave. Como todos ellos son múltiplos de 18, deducimos que este número está íntimamente asociado con Φ.

Como ya hemos mencionado, los antiguos siempre preferían números que pudieran ser expresados como números enteros o fracciones (como 2/3, 1/2, 3/4, 1/9) a ser posible unitarias, aquellas cuyo numerador es 1 (como 1/3, 1/6, 1/60).

He aquí *phi* expresado como fracción:

$$\Phi = (1 + \sqrt{5})/2$$

Podemos reducir la ecuación a una forma más simple si la dividimos entre 2:

$$\Phi = 0{,}5 + (\sqrt{5} \times 0{,}5)$$

Ahora Φ queda expresado enteramente en función de 5, por lo que no debería sorprendernos que el «cinquismo» sea una cualidad de Φ y que Φ esté presente en las proporciones del pentágono (figura de cinco lados) y del pentagrama (figura de cinco puntas).

Números inconmensurables

Sin embargo, en su forma decimal *phi* no termina nunca. Aquellos números que son infinitos, y no pueden ser expresados exactamente, se denominan «inconmensurables» cuando no pueden ser construidos con geometría euclidiana básica utilizando regla y compás.

Estos números han intrigado al hombre desde la antigüedad. Una historia bastante florida relata cómo, cuando Hipaso de Metaponto (*c.* 500 aC.) descubrió que la proporción áurea no puede ser expresada en forma de fracción o razón entre dos números enteros, sus colegas pitagóricos se quedaron tan extrañados que sacrificaron cien bueyes. Es probable que este relato no sea más que una exageración, dado que los pitagóricos eran vegetarianos, pero muestra el grado de veneración que sentían hacia los números enteros y sus relaciones racionales expresadas como fracciones racionales.

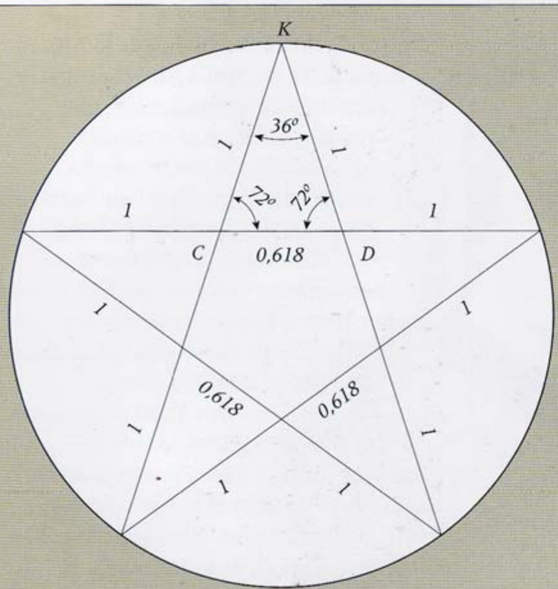
Iámblico de Chalcis (245-325 dC.) afirma que los pitagóricos habían construido una tumba destinada a aquel que descubriera la inconmensurabilidad, queriendo expresar que esa persona debía partir para siempre de la vida y la camaradería de la sociedad pitagórica.

El triángulo áureo

El triángulo áureo o sublime es un triángulo isósceles cuyos dos ángulos de la base miden 72° y cuyo tercer ángulo mide 36°. Cuando se traza la bisectriz (recta que divide por la mitad) de los ángulos de la base, los dos nuevos triángulos

La geometría de un pentagrama

Un pentagrama regular inscrito en un círculo está formado por un pentágono invertido y cinco triángulos. Cada uno de estos triángulos, como el CKD de la ilustración, es un triángulo áureo, porque los ángulos de la base miden 72º y el del vértice, 36º. Si tomamos sus lados como 1 unidad, su base mide 0,618... unidades de longitud o, por decirlo de otro modo, la razón del lado y la base es Φ ó 1,618...

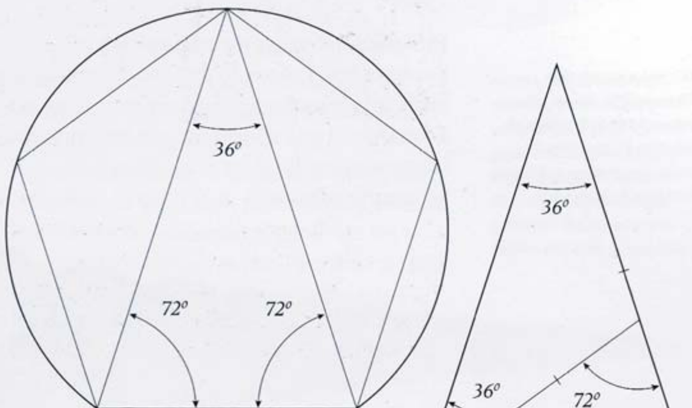


producidos son también triángulos áureos. Este proceso puede repetirse una y otra vez, creando nuevos triángulos áureos, del mismo modo en que se pueden seguir produciendo rectángulos áureos.

El triángulo áureo genera también la proporción áurea de 1,618, porque la razón entre el lado largo y el lado corto es *phi*, como muestra la ilustración superior. Este triángulo también puede utilizarse para producir un tipo de espiral logarítmica (véanse páginas 48-51).

El pentagrama áureo

El pentagrama, o estrella de cinco puntas, ha sido considerada una figura mágica desde hace mucho tiempo. En Occidente se ha empleado específicamente como protección contra el mal colocando una punta hacia arriba. Cuando se ponen dos puntas hacia arriba se considera un signo de maldad. La fraternidad mágica más famosa de los últimos



ARRIBA. Se puede construir un triángulo áureo en cada uno de los cinco lados de un pentágono regular. El triángulo áureo tiene los dos ángulos de la base de 72º; se puede trazar la bisectriz de cualesquiera de ellos para formar otro triángulo áureo, y así hasta el infinito.

ARRIBA. Leonardo de Pisa, famoso por haber introducido los números árabes en Europa, también descubrió la progresión Fibonacci, cuyo nombre se le dio en su honor.

ABAJO. La progresión Fibonacci se desarrolla sumando cada término al anterior. El crecimiento natural se realiza según los números de esta serie.

siglos, la Orden Hermética de la Aurora Dorada, lo empleaba para el «ritual de expulsión del pentagrama», que ayudaba a dispersar entidades indeseables. Por eso no resulta sorprendente que esta figura también posea alguna geometría especial.

Si observamos atentamente un pentagrama, veremos que está formado por cinco triángulos unidos a un pentágono regular colocado hacia abajo. Si los lados de las cinco puntas triangulares miden una unidad de longitud, la base de estos triángulos (o lado del pentágono) mide 0,618. Curioso, pues 1/0,618 es Φ. O, para expresarlo de otra forma, si dividimos los lados del triángulo por su base, obtenemos Φ. En resumen, el pentagrama regular está formado por cinco triángulos áureos que se unen entre sí alrededor de un pentágono.

Fibonacci y su serie milagrosa

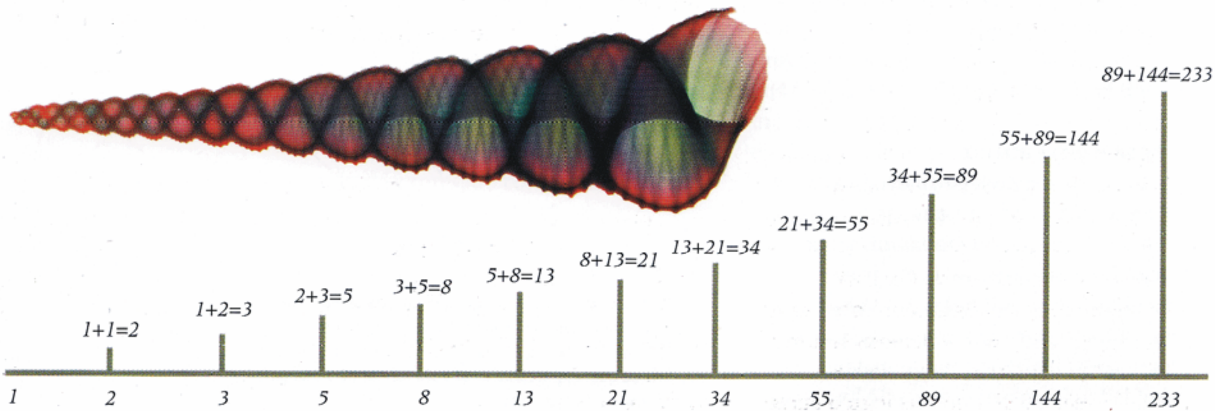
Es obvio que Leonardo da Vinci es una figura mundialmente famosa; sin embargo, fue otro Leonardo el que aportó uno de los principales secretos escondidos en el corazón de la geometría sagrada.

En 1202, Leonardo de Pisa, o Fibonacci (*c.* 1170-*c.* 1240), publicó su obra *Liber abaci [El libro de los cálculos]*. En sus quince capítulos explicó las operaciones básicas de la aritmética, en especial la teoría de los números primos, las fracciones y la geometría euclidiana. A continuación, y sólo como un divertimento matemático menor, casi una idea secundaria, expone la idea de la progresión Fibonacci.

Se atribuye a Leonardo de Pisa el haber llevado las artes matemáticas de Arabia a Italia; es decir, el haber traducido textos matemáticos clave del árabe al latín, unos textos que fue recogiendo durante sus largos viajes por centros tradicionales de enseñanza, entre los que se incluían Egipto, Siria, Grecia, Sicilia y Provenza. Sicilia, junto con Toledo, tuvo una importancia especial en la transmisión de la ciencia árabe a Occidente, pues fue conquistada por los sarracenos en el año 827 y permaneció bajo su dominación hasta que los caballeros normandos los expulsaron entre 1060 y 1092. El resultado, en tiempos de Leonardo de Pisa, era una buena mezcla de culturas y conocimientos griegos, latinos y árabes.

La auténtica raíz de la belleza

Dan Brown incluye la progresión Fibonacci en



su obra *El código Da Vinci* justo al principio, en la secuencia escrita en el suelo por Saunière, el moribundo conservador del Louvre, y más tarde en el código del número de seguridad de la caja del banco. Leonardo de Pisa la creó como parte de un divertimento matemático diseñado para calcular la evolución de una población de conejos floreciente, asumiendo determinadas reglas de reproducción y empezando con una sola pareja. El número resultante de conejos en cada generación era:

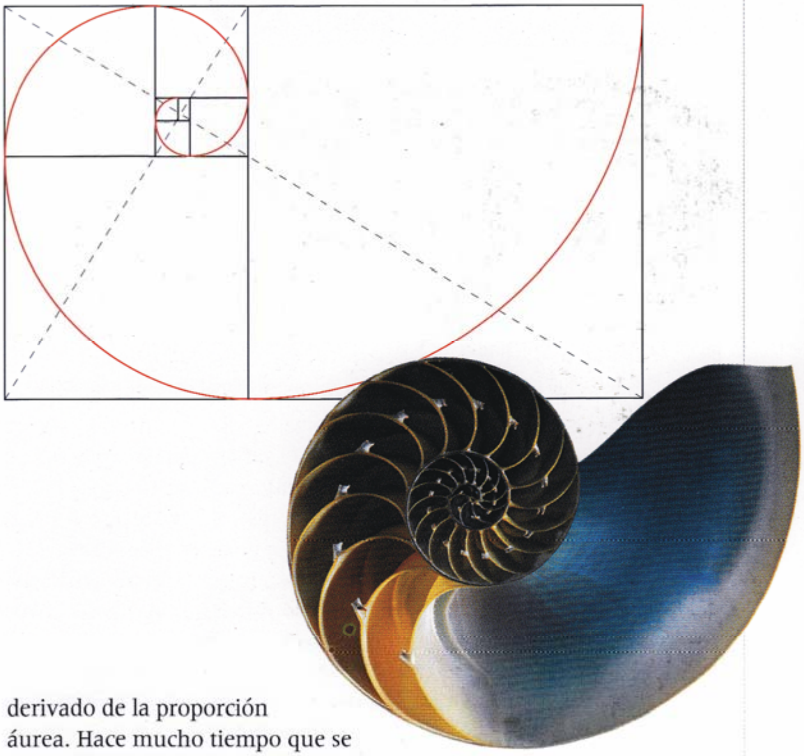
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144...

Cada cifra es el resultado de la suma de las dos anteriores, por lo que, efectivamente, la serie «crece» siempre según sus números «progenitores» inmediatamente anteriores. Es una serie de aspecto corriente hasta que se empieza a examinar la relación existente entre cada número y su sucesor. El interés aumenta si dividimos cada número por su predecesor inmediato (redondeando a tres decimales):

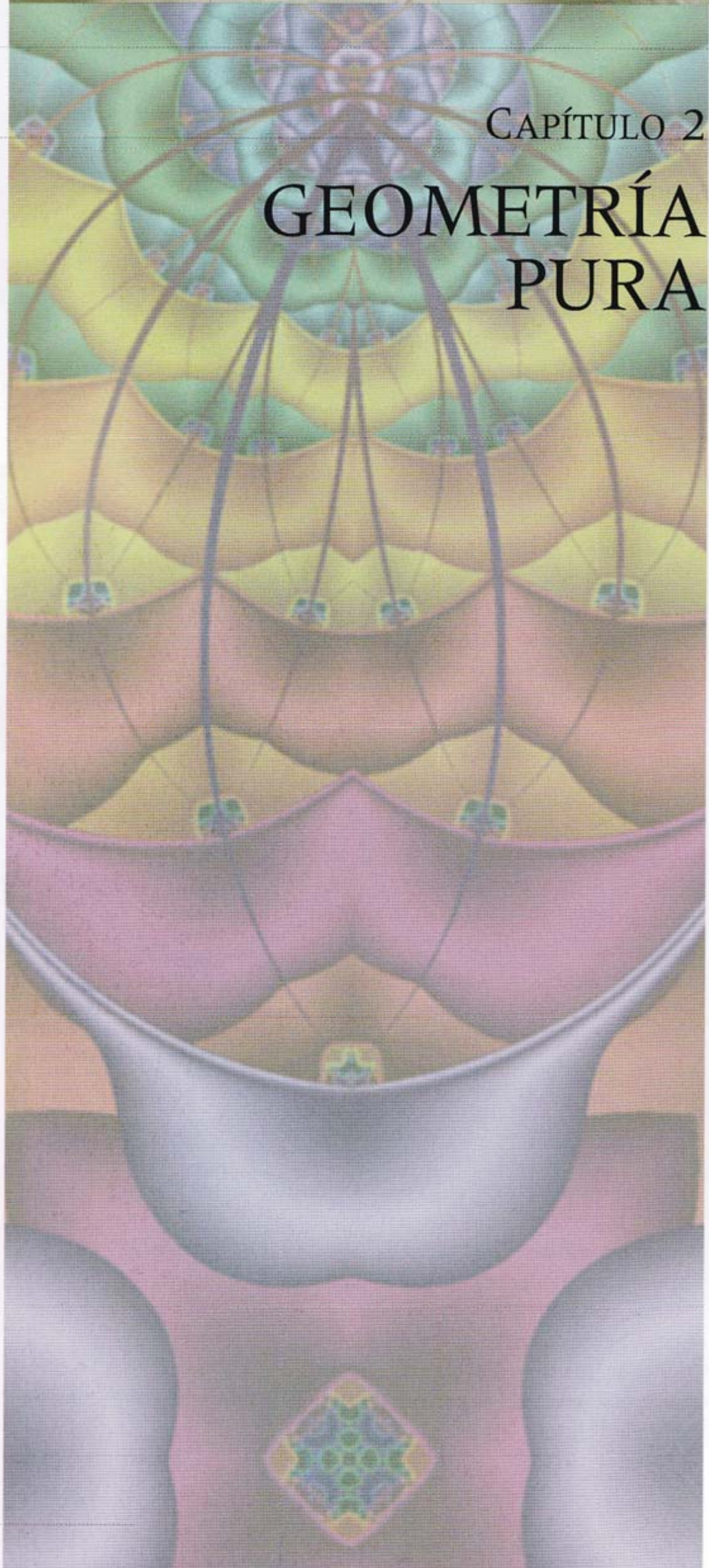
$\frac{3}{2}$	=	**1,500**
$\frac{5}{3}$	=	**1,666**
$\frac{8}{5}$	=	**1,600**
$\frac{13}{8}$	=	**1,625**
$\frac{21}{13}$	=	**1,615**
$\frac{34}{21}$	=	**1,619**
$\frac{55}{34}$	=	**1,617**
$\frac{89}{55}$	=	**1,618**

Cada división sucesiva oscila ligeramente antes de estabilizarse y convertirse en 1,6180339887..., un número mágico que se expresa con la letra griega *phi* (Φ) (véase página 34). Esta pieza aritmética está directamente relacionada con un interesante ejemplo geométrico. Si empleamos la razón 1 a 1,618 para formar los lados de un rectángulo, éste resulta un rectángulo áureo derivado de la proporción áurea. Hace mucho tiempo que se reconoció que el número *phi* forma parte definitiva de la estructura subyacente del universo y que puede, con toda justicia, ser denominado «sagrado».

Los arquitectos de la antigua Grecia y del Renacimiento utilizaron *phi* con gran eficacia como forma de establecer algunas de las razones más placenteras para la vista en las dimensiones de un edificio; en ocasiones, incluso llegaban a emplearlo en la proporción de una ventana o una puerta. Sólo necesitamos comparar un edificio realizado en cualesquiera de estos dos periodos con, pongamos por caso, una pieza de arquitectura moderna construida en los años sesenta, con dimensiones arbitrarias y «socialmente conscientes», para darnos cuenta de que Φ es mucho más que un concepto aritmético: es parte de la verdadera raíz de la belleza.



ARRIBA. Las conchas del nautilus y el amonites adoptan la misma forma geométrica, girando en espiral hacia el exterior con una progresión que aumenta sin cesar y está regida por esta geometría.



CAPÍTULO 2

GEOMETRÍA PURA

Los geómetras griegos, el más importante de los cuales fue Euclides, consideraron la perfección de la geometría como un reflejo de la mente del creador. Para alejar completamente la geometría del mundo físico utilizaban una regla sin marcas y un compás como instrumentos para dibujar y probar sus teoremas.

Tras explorar las figuras más básicas (el círculo y los cuatro tipos clave de triángulos), estudiaremos los tres problemas geométricos clásicos: la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo y la trisección de un ángulo.

De todas las posibles figuras tridimensionales, sólo cinco (los sólidos platónicos) fueron considerados perfectos, mientras que a otros trece (asociados con Arquímedes) se les otorgó también una cierta importancia. Los griegos también descubrieron las fascinantes propiedades del cono y concibieron una serie de curvas, entre las que se encuentra la curva logarítmica, que tiene un papel muy importante en la geometría de la vida.

Los geómetras griegos idearon figuras geométricas que incluían los números irracionales, a los que se miraba con horror por su supuesta imperfección. Estos números, en particular las raíces cuadradas de 2, 3 y 5, tienen un papel muy importante en la geometría sagrada, pues a menudo definen la longitud de las diagonales de cuadrados y rectángulos formados con números enteros pequeños.

Euclides: el padre de la geometría

Euclides (325-265 aC.), conocido como el «padre de la geometría», fue el responsable de unificar casi todo el conocimiento existente sobre geometría plana y tridimensional en un solo libro. Su obra, junto con la de Pitágoras, constituye la base de toda la geometría sagrada. Ha habido que esperar hasta estos últimos siglos para que se pudiera añadir geometría nueva y significativa a lo que Euclides estableció hace 2.300 años.

ARRIBA. Euclides, considerado el padre de la geometría, fue el autor del único cuerpo de conocimiento científico que ha permanecido válido y sin cambios durante más de dos milenios.

El libro más conocido de la historia de la geometría, e incluso de todas las matemáticas, es los *Elementos*, de Euclides. Sólo la Biblia ha vendido más copias en Europa, al menos hasta que el siglo XX nos trajo grandes éxitos de ventas como *El señor de los anillos*, *El código Da Vinci* o la serie sobre Hogwarts y Harry Potter.

Es probable que Euclides estudiara matemáticas en Atenas con algunos de los alumnos de Platón. Además de los *Elementos*, escribió también casi una docena de libros sobre temas como la música, la mecánica y la óptica, aunque sólo sobreviven cuatro. Uno de ellos, *Óptica y catóptrica*, contiene algunos de los primeros estudios de perspectiva (véanse páginas 142-143).

ARRIBA. Brújula direccional con reloj de sol, incorporado calibrado para funcionar con exactitud en varias latitudes diferentes.

En el siglo IV, Teón de Alejandría escribió una versión revisada de los *Elementos* que sirvió como base para todas las traducciones de la obra realizadas hasta el siglo XIX, cuando se descubrió un manuscrito que contenía un texto ligeramente diferente en la Biblioteca Vaticana. En la Edad Media, los *Elementos* fue traducido al árabe al menos en tres ocasiones.

Un monje benedictino inglés, Adelardo de Bath (*c.* 1070-1145), que viajaba por España disfrazado de estudiante musulmán, adquirió un texto árabe de los *Elementos* y completó su traducción al latín alrededor de 1120. Esta traducción se convirtió en la base de todas las ediciones realizadas en Europa hasta el siglo XVI, cuando sir Henry Billingsley, en 1570, tradujo los *Elementos* al inglés. El doctor John Dee (véanse páginas 93-95) escribió el prefacio y consideró que un conocimiento básico sobre Euclides constituiría un gran avance en el estudio de la óptica y en la construcción y la arquitectura.

Los grandes geómetras griegos

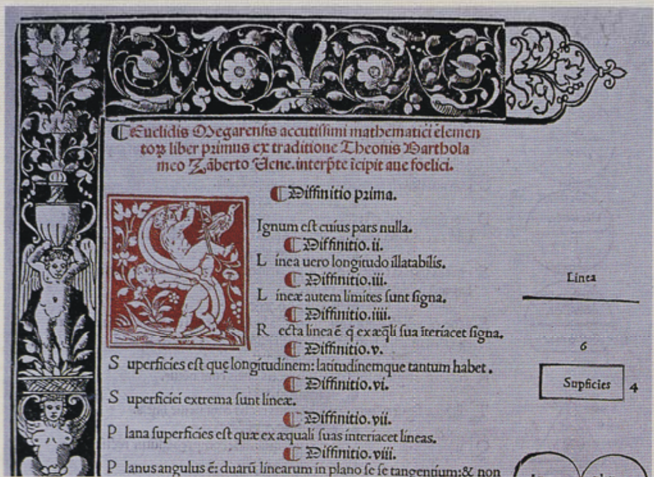
Los antiguos griegos se sentían interesados por la solución elegante de un problema geométrico por sí mismo. Su geometría ha sustanciado los cálculos de armonía que conforman la geometría sagrada y su lógica, paso a paso, es la base del moderno razonamiento científico. Crearon ideales de belleza clásica (en especial en escultura), una arquitectura asombrosa (a través del Renacimiento griego y romano) y el enfoque científico lógico para la resolución de problemas. Estos ideales de belleza venían acompañados por un conocimiento de la forma y la proporción que constituyen la roca sólida sobre la que se asienta la geometría sagrada.

Euclides codificó la geometría y Pitágoras explicó la sacralidad inherente a los números, pero muchos geómetras griegos ayudaron a construir los fuertes cimientos de la arquitectura, la astronomía, la mecánica y la óptica, y su obra sigue estando en el corazón de la ciencia occidental actual.

Los *Elementos*, de Euclides

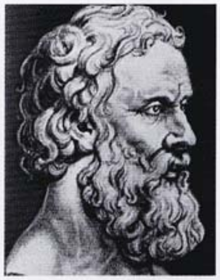
Los trece libros de los *Elementos* comprenden la mayor parte de los conocimientos geométricos de la época de Euclides. Contienen casi todo lo que sabemos de geometría plana y mucho sobre la geometría de las esferas, los conos y otras figuras tridimensionales. La geometría euclidiana no precisa más que de un compás y una regla sin divisiones. No resulta estrictamente necesaria una regla con divisiones marcadas porque los teoremas de Euclides no tienen en cuenta la escala. La siguiente relación de los libros que conforman los *Elementos* servirá para localizar la fuente de muchos de los más importantes teoremas e ideas de Euclides.

Libros I al IV: tratan la geometría plana que aprendemos en el colegio y que ha recibido el nombre de «geometría euclidiana». Los libros I, II y IV debaten las líneas y las figuras planas, mientras que el libro III presenta teoremas relativos al círculo.
Libro V: ofrece una extensa relación del trabajo sobre proporción que comenzó con Eudoxo de Cnido (*c.* 408-355 aC.). Este volumen posee una importancia especial para el estudio de la geometría sagrada.
Libros VII al IX: tratan la teoría de los números y las bases de la aritmética. De todos ellos, el más relevante para el estudio de los números en sí mismos es el libro VII.
Libro X: trabaja con los números irracionales y deriva fundamentalmente de la obra de Teateto de Atenas (417-369 aC.).
Libro XI: proporciona la base de la geometría de los sólidos tridimensionales.
Libro XII: prueba el teorema del área del círculo y deriva fundamentalmente de los trabajos de Eudoxo.
Libro XIII: demuestra la construcción de los cinco sólidos platónicos y deriva fundamentalmente de la obra de Teateto. Este volumen tiene también una importancia especial para la geometría sagrada.


Euclidis Megarensis accutissimi mathematici elementorum liber primus ex traditione Theonis Bartholameo Zaberto Vene. interpte icipit aue foelici.

Diffinitio prima.

Signum est cuius pars nulla.
Diffinitio. ii.
Linea uero longitudo illatabilis.
Diffinitio. iii.
Lineæ autem limites sunt signa.
Diffinitio. iiii.
Recta linea ē q ex æqli sua iteriacet signa.
Diffinitio. v.
Superficies est quę longitudinem: latitudinemque tantum habet.
Diffinitio. vi.
Superficiei extrema sunt lineæ.
Diffinitio. vii.
Plana superficies est quæ ex æquali suas interiacet lineas.
Diffinitio. viii.
Planus angulus ē: duarū linearum in plano se se tangentium: & non


Platón (427-347 aC.)

Tales de Mileto (624-546 aC.)
Denominado a veces el «padre del razonamiento deductivo», Tales fue uno de los primeros en llevar la ciencia de la geometría de Egipto a Grecia; tres siglos antes que Euclides.

Platón (427-347 aC.)
Platón fundó, en el año 387 aC., la Academia, que floreció hasta el año 529 dC. Su obra *Felón* apoyó a Pitágoras intentando probar que los números y las figuras son las formas noúmenas perfectas tras la realidad manifiesta.

Teateto de Atenas (417-369 aC.)
Creó la geometría sólida de los cinco sólidos platónicos (véanse páginas 54-55), y su obra fascinó a los escritores renacentistas que estudiaron la proporción y la geometría sagrada.

Eudoxo de Cnido (408-355 aC.)
Su obra inspiró el libro V de los *Elementos*, de Euclides; trata sobre la proporción y la armonía, que se convirtieron en factores clave de la arquitectura griega y la geometría sagrada. Eudoxo ideó también métodos para determinar el área del círculo y los volúmenes de la pirámide y el cono.

Menaecmo (380-320 aC.)
Fue el primer geómetra en demostrar que las elipses, las parábolas y las hipérboles pueden

obtenerse sencillamente cortando un cono de forma oblicua en puntos diferentes. Kepler utilizó sus trabajos para determinar las órbitas elípticas de los planetas (véanse páginas 78-79).

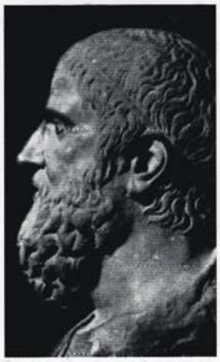
Arquímedes (c. 287-212 aC.)
Formalizó la geometría de instrumentos sencillos comparando el radio de una curva con el ángulo efectuado con su origen, la clave para entender las curvas logarítmicas (véanse páginas 48-51). Arquímedes descubrió trece sólidos tridimensionales semirregulares (véanse páginas 56-57).

Apolonio de Perga (262-190 aC.)
Además de calcular una mejor aproximación a *pi* que la realizada por Arquímedes, la principal contribución de Apolonio a la geometría fue el cálculo del centro de curvatura y la curva original (evoluta) de la elipse, la parábola (véanse páginas 48-51) y la hipérbole.

Hiparco de Rodas (190-120 aC.)
Publicó las primeras tablas trigonométricas y puede que incluso inventara la trigonometría. Es curioso observar que estas tablas estaban basadas en la división de un círculo en 360 grados (por vez primera), con cada grado dividido en 60 minutos; una idea que tomó prestada de los babilonios.

Hiparco de Rodas (190-120 aC.)

Herón de Alejandría (10-75 dC.)
Herón estudió tanto las figuras planas como las caras de los objetos tridimensionales. Descubrió cómo dividir áreas y volúmenes según una razón dada, parte de lo cual implicaba encontrar la raíz cúbica de un número.



Arquímedes (c. 287-212 aC.)

Menelao de Alejandría (70-130 dC.)
Aplicó la geometría esférica a la astronomía, abriendo así el camino a cálculos astronómicos más sofisticados.

Claudio Ptolomeo (85-165 dC.)
Ptolomeo escribió el *Almagesto* (trece libros), la obra de referencia sobre astronomía hasta que sus teorías fueron refutadas por Copérnico y Kepler (véanse páginas 75-79). Proporcionó las matemáticas esenciales para la teoría geocéntrica del movimiento de los planetas.

Pappo de Alejandría (290-350 dC.)
La obra de Pappo incluye proporcionalidades, paradojas geométricas, sólidos regulares, la espiral, la cuadratriz, la trisección, los panales de abejas, los sólidos semirregulares, las superficies mínimas, la astronomía y la mecánica. También ideó la base de la geometría proyectiva moderna que se utiliza para trazar mapas.

Hipatia de Alejandría (370-415 dC.)
Hija de Teón de Alejandría, Hipatia personificó la conexión entre la filosofía y la geometría. Editó una versión nueva de los *Elementos*, de Euclides, y hacia el año 400 se convirtió en cabeza de la escuela platónica de Alejandría.

Tres triángulos clave

Los triángulos son una de las figuras fundamentales de la geometría. Existen millones de triángulos posibles, pero vamos a centrarnos solamente en tres: rectángulos, equiláteros e isósceles. Estos triángulos especiales son algunas de las piezas que dan forma a la geometría sagrada y han sido empleados en diferentes épocas para la construcción de edificios sagrados.

El elemento más básico de la geometría es un punto. Al conectar dos puntos se forma una línea recta. Las líneas curvas crean figuras como el círculo, la elipse y la parábola.

Dos líneas rectas crean un ángulo, que se mide en grados y minutos con una notación sexagesimal (un sistema basado en el número 60), que los babilonios inventaron hace miles de años. Esta notación es infinitamente más flexible a la hora de manejar fracciones que el sistema de base 10 que empleamos en la actualidad. Los babilonios dividieron el círculo en 360°, cada grado en 60 minutos y cada minuto en 60 segundos. Esto significa que podían alcanzar una precisión de 1 por 1,3 millones (pues $360 \times 60 \times 60 = 1.296.000$).

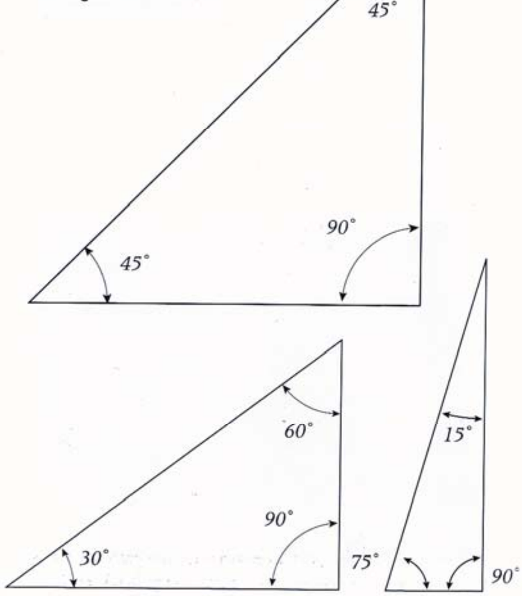
Una línea recta posee un ángulo de 180°. Tres líneas rectas unidas crean un triángulo, una figura de tres ángulos y tres lados que es quizá la figura más estable de toda la geometría. Dada su estabilidad, fue empleada para la triangulación en la medición de terrenos y en topografía. El triángulo debe su estabilidad al hecho de que la suma de sus tres ángulos internos es siempre igual a 180°, exactamente medio círculo.

Triángulos rectángulos

La característica distintiva de un triángulo rectángulo es que uno de sus ángulos mide 90°. Los otros dos ángulos pueden tener cualquier valor (incluso 1° y 89°). La fórmula que relaciona la longitud de los tres lados es el teorema de Pitágoras (véase página 17). El triángulo rectángulo es básico para la construcción de un edificio o la realización del plano de un terreno.

Un ejemplo específico lo constituye el triángulo rectángulo 3, 4, 5, que los antiguos egipcios emplearon para marcar sus terrenos.

ABAJO. Tres triángulos rectángulos con diferentes ángulos, pero siempre con un ángulo recto de 90°.



Se ataba una cuerda con doce nudos, tirante, que marcasen doce unidades de la misma medida, de manera que formara un triángulo rectángulo perfecto con lados de $3 + 4 + 5 = 12$ unidades.

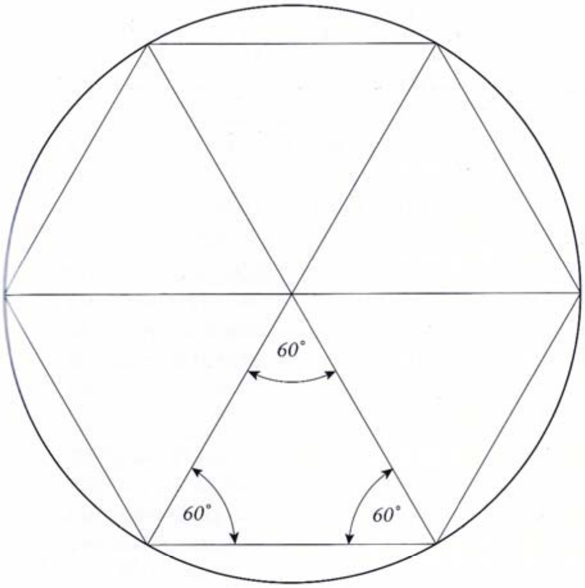
Otro ejemplo es el llamado «triángulo de la Gran Pirámide» (véanse páginas 117-119), un triángulo especial cuyos lados miden 1, $\sqrt{\Phi}$ (1,273...) y Φ (1,618).

Triángulos equiláteros

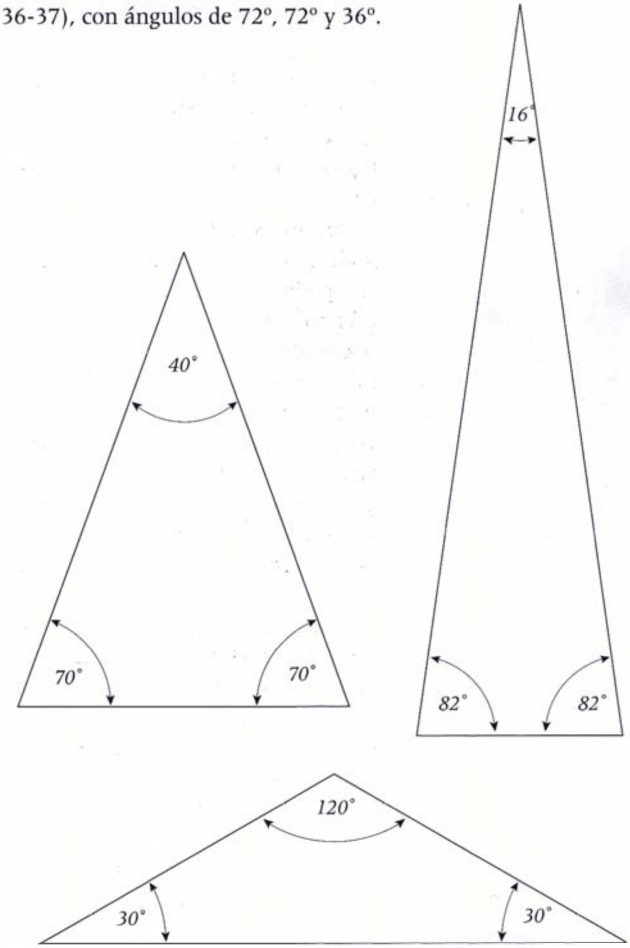
El siguiente triángulo en importancia es el equilátero, cuyos lados tienen la misma longitud y sus ángulos la misma medida (60°), independientemente de la longitud de los lados. Seis triángulos equiláteros colocados lado con lado llenan un círculo completo ($6 \times 60 = 360$) y forman un hexágono.

Triángulos isósceles

El tercer tipo de triángulos es el isósceles, con dos ángulos iguales y dos lados de la misma longitud (aquéllos opuestos a los ángulos iguales). Un ejemplo podría presentar ángulos internos de 35°, 35° y 110°. Un ejemplo especial es el triángulo áureo (véanse páginas 36-37), con ángulos de 72°, 72° y 36°.



ARRIBA. El triángulo equilátero se emplea para generar un hexagrama regular. Todos los ángulos internos del triángulo miden 60°.



ARRIBA. El triángulo isósceles se distingue por dos características: dos lados iguales y dos ángulos iguales en la base.

Tres antiguos problemas geométricos

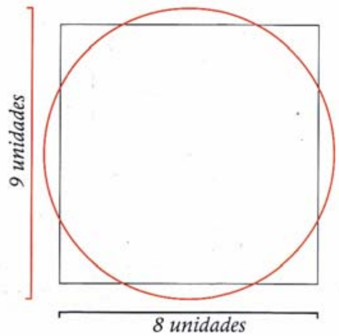
La cuadratura del círculo, la duplicación de un cubo y la trisección de un ángulo constituyen tres famosos problemas geométricos que intrigaron a los antiguos. Su solución debía obtenerse empleando únicamente un compás y una regla sin divisiones.

La cuadratura del círculo

Este problema surgió de la necesidad de calcular el área de un círculo. La solución estribaba en encontrar una fórmula o construcción geométrica que pudiera permitir a una persona dibujar con facilidad un cuadrado con un área que correspondiera exactamente con el área de un círculo concreto. La dificultad de este problema ha hecho que se utilice la expresión «la cuadratura del círculo» como sinónimo de algo casi imposible, y sin embargo místico.

Los egipcios identificaron determinados pares de números enteros (el 8 y el 9 son los más citados) que se acercaban bastante a la cuadratura del círculo. El área de un círculo cuyo diámetro mida 9 unidades (de cualquier tipo) casi se corresponde con la de un cuadrado cuyos lados tengan una longitud de 8 unidades:

Área del círculo = $\pi r^2 = 22/7 \times 4{,}5 \times 4{,}5 =$
$= 63{,}64$ unidades cuadradas
Área del cuadrado = $8 \times 8 =$
$= 64$ unidades cuadradas



DERECHA. Lo que más se acerca a la cuadratura del círculo es la razón 9:8, en la que el diámetro del círculo mide 9 unidades y los lados del cuadrado, 8.

Resulta casi correcto, pero sigue fallando por un porcentaje de 0,56 por 100. La razón 8:9 es interesante porque se corresponde con la segunda nota musical, Re (véanse páginas 22-23).

El matemático alemán Ferdinand von Lindemann (1852-1939) comprobó, en 1872, que π era un número trascendental, y demostró finalmente que no era posible cuadrar el círculo utilizando solamente un compás y una regla sin divisiones.

De todas formas, otra de las buenas aproximaciones a cuadrar los círculos implica construir un cuadrado cuyos lados midan 3,14164. Este número se ha calculado como $6\,(1+\Phi)/5 = 3{,}141640$.

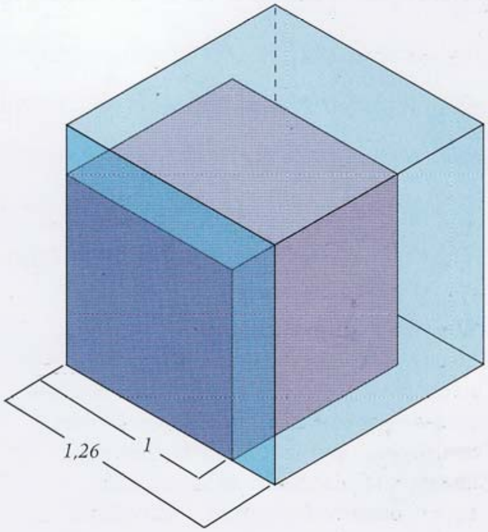
Eso resulta interesante, pues demuestra que existe una relación *casi* exacta entre π (3,1415925) y Φ (la proporción áurea, ó 1,618).

La duplicación del cubo

El segundo problema estribaba en conseguir un cubo cuyo volumen fuese exactamente el doble que el de otro dado. A primera vista, uno puede sentirse inclinado a duplicar la longitud de cada lado, pero el resultado de esto es un volumen $2 \times 2 \times 2 = 8$ veces mayor que el original.

La solución implica utilizar raíces cúbicas que, por su propia naturaleza, no pueden construirse con geometría euclidiana pura. Este problema tiene una gran aplicación práctica, pues está relacionado con la construcción de aparatos de medida regulares para líquidos y grano. Era también la clave para la construcción del Partenón, cuyo volumen era el doble que el templo anterior (véanse páginas 124-127).

El problema puede resolverse de forma algebraica. Si el cubo original tiene un lado de longitud L, su volumen será L^3. De ahí deducimos que un cubo cuyo volumen sea el doble, será igual a $2\,L^3$. Por tanto, un lado del nuevo cubo será igual a $\sqrt{(2\,L^3)} = L\sqrt[3]{2} = L \times 1{,}26$.



IZQUIERDA. La duplicación del cubo empleando solamente geometría era uno de los problemas clásicos de la antigüedad. Puede calcularse multiplicando cada uno de los lados por 1,26.

La trisección de un ángulo

El tercer problema intenta dividir un ángulo en otros tres iguales sin utilizar un transportador. Existen determinados ángulos, como los de 135° ó 90°, que pueden trisecarse empleando un compás y una regla sin divisiones, pero son muy pocos.

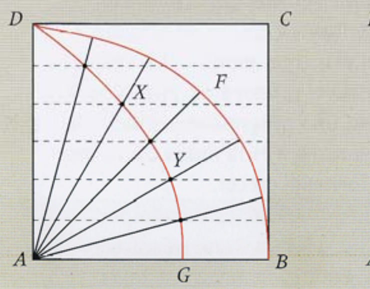
La cuadratriz

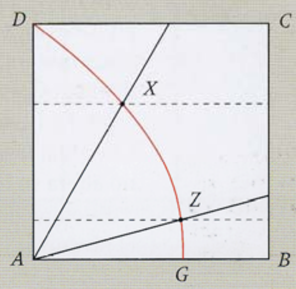
El filósofo griego Hipias de Elis (*c.* 460-*c.* 400 aC.) obtuvo la solución más cercana a dos de estos tres problemas geométricos al descubrir la curva denominada «cuadratriz». Esta curva se genera en el interior de un cuadrado (en el diagrama, ABCD).

Imagina que utilizas A como «bisagra» para que el lado AD caiga, siguiendo el recorrido circular DFB, hasta coincidir con AB. Al hacerlo, queda inscrito el arco circular DFB. Al mismo tiempo, imagina una línea horizontal (punteada en el diagrama) que desciende al mismo ritmo desde DC hasta AB. Como estos dos movimientos se producen de manera sincrónica, su punto de intersección se mueve a lo largo de la línea DXG. Esta línea DXYG es la cuadratriz. Su fórmula es: $x = y$ cotangente $(y \times \pi/2)$.

Consideremos el ángulo recto DAB. Para solucionar el problema de la trisección de un ángulo, dibuja una de las líneas de puntos situada a un tercio de la longitud. Al dibujar una línea desde A hasta el punto en que esta línea de puntos corta la cuadratriz, habremos dibujado la que crea un ángulo que mida un tercio del ángulo completo DAB. Del mismo modo, si la línea de puntos ha recorrido dos tercios de la longitud, el ángulo formado DAY medirá dos tercios de DAB.

Para dibujar un ángulo BAZ que mida una sexta parte del ángulo DAB, utiliza la línea de puntos AZ (véase ilustración de la derecha). La cuadratriz también puede emplearse para conseguir una cuadratura del círculo casi exacta.





Curvas y espirales logarítmicas

Se dice que un círculo es la imagen perfecta de Dios, pero es cerrado y estático. Por el contrario, una espiral es una magnífica imagen de la vida, con un punto de origen y sin cierre ni final, por lo que puede extenderse por siempre. Es la fuerza de la vida que no puede ser reprimida o, como dijo el poeta Dylan Thomas, «la fuerza que por el verde tallo impulsa la flor».

Espirales logarítmicas

Lo que todas las espirales tienen en común es su expansión y crecimiento. Existen muchos tipos de espirales: planas, tridimensionales, dextrógiras (que giran hacia la derecha), levógiras (que giran hacia la izquierda), equiangulares, geométricas, logarítmicas y rectangulares.

Las espirales tridimensionales se forman cuando una espiral gira alrededor de otra forma geométrica, como un cono o un cilindro, produciendo formas helicoidales o hélices, como la molécula del ADN (véanse páginas 72-73).

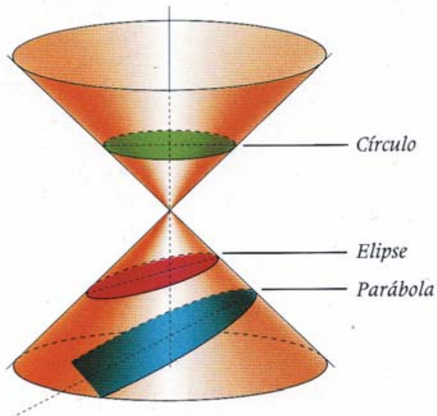
Una espiral logarítmica o equiangular se genera cuando se utiliza *phi* (la proporción áurea) como número clave. La espiral logarítmica se forma mediante «cuadrados giratorios» que crecen con una progresión armónica regida por *phi* desde el centro hacia fuera. Esto se demuestra con más facilidad al averiguar lo que sucede geométricamente (véase página 49).

Es interesante señalar que, como las espirales logarítmicas crecen de tamaño siguiendo un ritmo geométrico, los radios dibujados desde el centro a un punto de la espiral forman una progresión geométrica. La espiral logarítmica es la única curva que no altera su forma al crecer.

Este tipo de espiral fue estudiado por el precursor de la lógica René Descartes (1596-1650) y por el matemático Jakob Bernoulli (1654-1705). Este último observó que la espiral mantenía su potencial de crecimiento, y por eso pidió que se grabara una en su lápida, junto con las palabras *eadem mutata resurgo* («cuando me cambian, resurjo siendo igual»).

Curvas clásicas

La curva más importante es el círculo, pero existen otras series de curvas clásicas que ya fueron conocidas y utilizadas por los antiguos. Sin embargo, algunas de estas curvas siguen sin ser reconocidas como parte de la geometría de la naturaleza o geometría sagrada.



ARRIBA. Las tres curvas clásicas: el círculo, la elipse y la parábola, son generadas al cortar un cono con diferentes ángulos.

La construcción de una espiral logarítmica

1 Comencemos con un cuadrado cuyos lados midan una unidad (ya sea en centímetros, pulgadas o lo que sea; es igual) y llamémoslo ABCD. Marca el punto medio de DA con una X (véase diagrama 1)

2 Coloca el compás en el punto X y, con radio BX, dibuja un arco. Cortará a la prolongación DA en el punto E. Utiliza el punto E para dibujar un nuevo rectángulo, EFBA (véase diagrama 1). Esta construcción crea un rectángulo áureo EFCD y da como resultado varios productos mágicos. Por ejemplo, DE está cortada en el punto A según la proporción áurea.

3 Si dibujas las diagonales BE y DF, éstas se cruzarán siempre formando ángulos rectos (véase diagrama 2). Éste es el motivo de que la espiral logarítmica generada reciba el nombre de «espiral logarítmica rectangular».

4 Toma ahora el lado largo (DE) del rectángulo áureo que acabas de crear y añade el cuadrado HEDG. Continúa añadiendo cuadrados, tomando cada vez el lado largo del rectángulo áureo que se acabe de generar (HF, JC, LG y NI) para crear nuevos rectángulos áureos (HFCG, IJCG, IKLG, IKMN y PKMO, respectivamente). Véase diagrama 3.

5 Finalmente, dibuja a mano la suave curva que une las esquinas exteriores de cada uno de los cuadrados que has ido añadiendo. Los cuadrados «giran» hacia fuera, pero mantienen siempre la proporción áurea (diagrama 3).

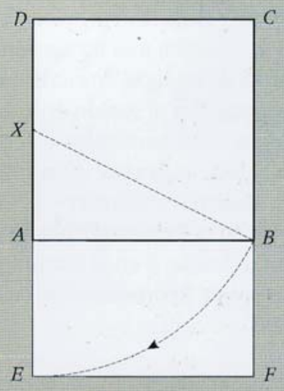


Diagrama 1

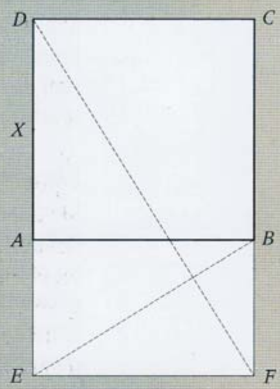


Diagrama 2

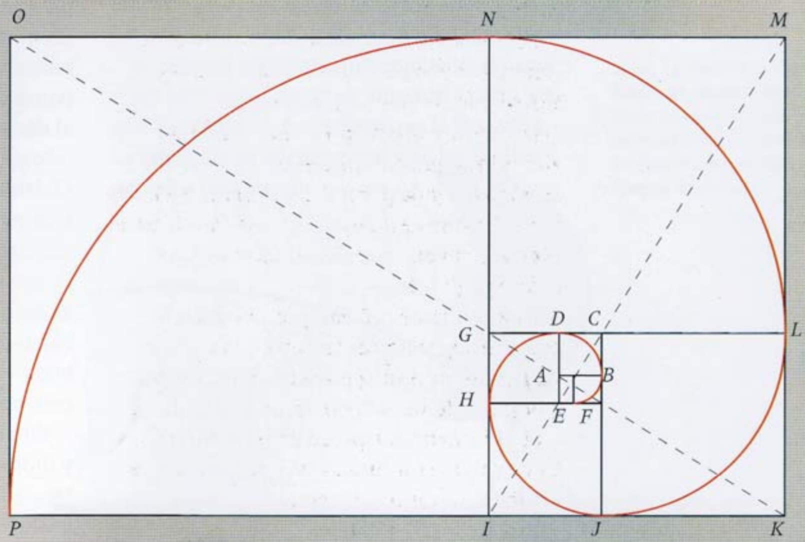


Diagrama 3

Parábola

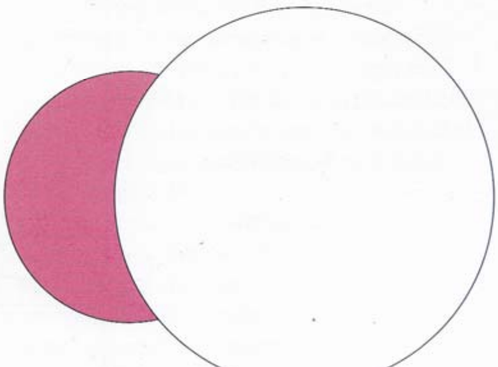
La parábola es una curva con propiedades fascinantes. Por ejemplo, una habitación con paredes en forma de parábola en cualesquiera de sus lados transmitirá el sonido de una conversación que se susurre desde el foco de una parábola al foco de la otra, incluso si hay otros sonidos. Podemos encontrar habitaciones así en el Exploratorium de San Francisco, en California, y en el Statutary Hall de la Cámara de Representantes de Washington D.C.

Elipse

La importancia de la elipse radica en que es la figura geométrica que rige las órbitas de los planetas alrededor del Sol. Aunque los geómetras griegos conocían esta curva, Johannes Kepler (1571-1630) fue el primero en aplicarla a las órbitas planctarias.

Lúnula

La lúnula es una figura con forma de media luna definida por la intersección de dos círculos de diferente radio. Hipócrates de Chios (460-380 aC.) investigó las lúnulas como un medio posible (pero infructuoso) de cuadrar el círculo (véase página 46).



ARRIBA. La lúnula formada por la intersección de dos círculos de diferente diámetro recibe su nombre de la media luna a la que se asemeja.

ARRIBA. Si observas la curva exterior del pico de un águila, comprobarás que forma una curva involuta perfecta.

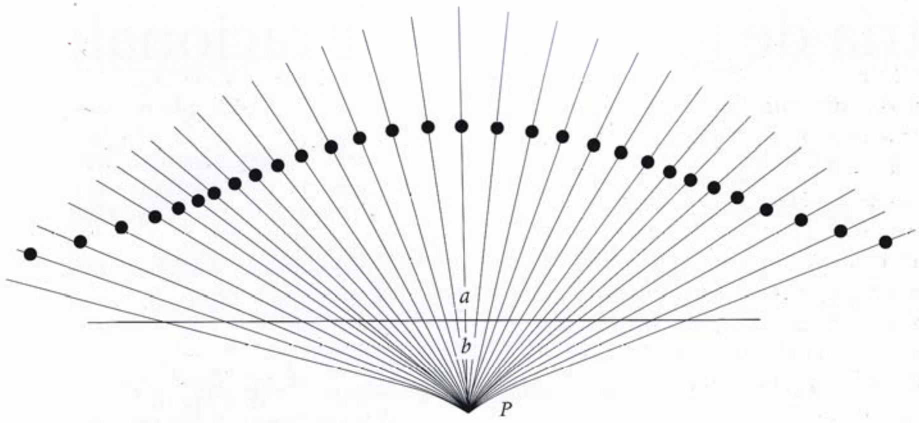
Involuta

Esta curva natural puede observarse en el pico de las águilas, las aletas dorsales de los tiburones y la punta de las hojas de algunas palmeras. Es más fácil identificarla si pensamos en la curva que hace una cuerda al desenrollarse de un cilindro.

Cicloide

Una cicloide es la curva producida por un cilindro que rueda sobre una superficie plana. Es por esto por lo que se conoce desde hace mucho tiempo. A medida que el cilindro rueda, va produciendo una curva larga y bella que puede utilizarse en arcos y otras construcciones.

En el siglo XVII muchos matemáticos y filósofos, incluyendo a Galileo, Pascal, Descartes, Leibniz y Newton, sucumbieron al hechizo de la cicloide. Se la denominaba «la Helena de la geometría» y su belleza incluye los siguientes datos fascinantes:



IZQUIERDA. La concoide de Nicomedes, inventada hacia el año 200 aC., puede utilizarse para trisecar ángulos. En la ilustración, la curva aparece reflejada por los puntos.

- La longitud de la cicloide es, exactamente, cuatro veces el diámetro del círculo que la genera; un número muy racional.
- El área bajo el arco de cualquier cicloide es, exactamente, tres veces el área del círculo giratorio que la genera.
- La cicloide es una figura muy racional, producida a partir de un círculo cuyas dimensiones son, en sí mismas, irracionales (puesto que π es irracional).

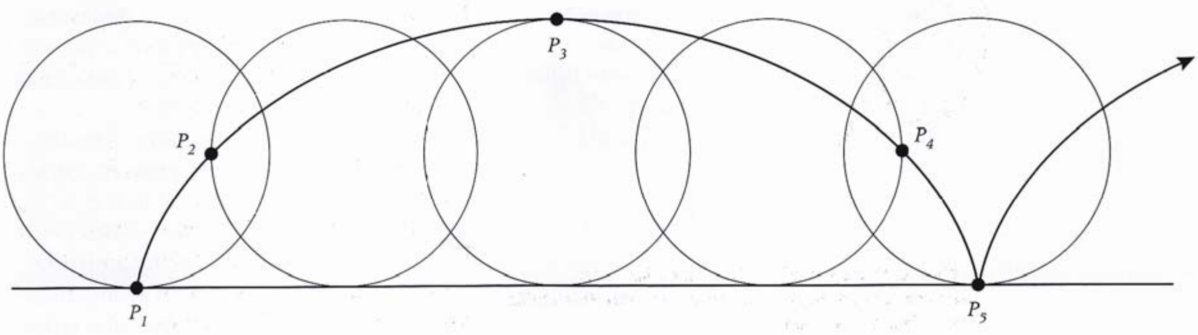
Concoide

Se dice que fue el matemático griego Nicomedes (*c.* 200 aC.) el descubridor de la curva concoide y que la utilizó para resolver dos de los problemas clásicos que la geometría euclidiana no era capaz de resolver: la duplicación de un cubo y la trisección de un ángulo (véarise páginas 46-47).

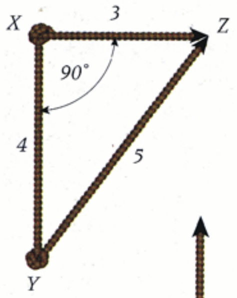
Una concoide tiene forma de concha y se construye mediante la interacción de una línea fija con un punto fijo. Denominemos P al punto fijo y dibujemos una serie de rayos que partan de él y crucen la línea fija. A medida que dibujamos los diferentes rayos, la distancia de P a la línea irá cambiando. Es necesario fijarse en la longitud de estos rayos en el mismo lado que P, comparada con su longitud en el lado opuesto de la línea.

Al dibujar cada rayo debemos utilizar una regla para determinar su longitud exacta y a qué distancia se proyectará tras la línea fija. La concoide es la curva que une los finales de todos los rayos.

ABAJO. La cicloide se forma dibujando un punto en el borde de una rueda que gira sobre un plano. Fue definida por primera vez, en 1501, por Charles Bouvelles.



La geometría de los números irracionales



Para los matemáticos modernos, los números irracionales son aquellos que no pueden expresarse con unos pocos dígitos. Son, de hecho, decimales repetitivos sin final. Entre ellos encontramos $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ y $\sqrt{5}$. No incluimos $\sqrt{1}$ ni $\sqrt{4}$ porque son los números enteros 1 y 2, respectivamente. Sin embargo, para los antiguos eran unos números sumamente útiles.

ARRIBA, DERECHA. El empleo de cuerdas anudadas fue un método egipcio muy común para fijar con rapidez triángulos agrimensores.

Los antiguos utilizaban los triángulos para medir la tierra, un método denominado «triangulación» que se sigue empleando en la actualidad. Está basado en el hecho de que, en una superficie de terreno grande, resulta difícil marcar un rectángulo cuyos ángulos midan exactamente 90°. A menudo, si se trata de un área grande, lo que obtendremos será un paralelogramo bastante torcido.

Sin embargo, un triángulo falla mucho menos, pues una vez que hemos establecido uno de sus lados, los otros dos sólo pueden coincidir en un punto. Desarrollando más este concepto y utilizando una cuerda anudada en dos puntos (como hacían los egipcios), podemos marcar con rapidez un triángulo tomando una base como referencia y con muy pocas posibilidades de error.

Existe un truco que consiste en marcar un triángulo rectángulo. Entonces, utilizando dos triángulos de este tipo, podemos crear un rectángulo perfecto, muy importante si estamos intentando medir el terreno con exactitud y evitar disputas territoriales eternas. Los egipcios tenían que volver a medir la tierra cada año, pues las inundaciones del Nilo destruían las marcas anteriores, por lo que se hicieron expertos en ello.

Mucho antes que Pitágoras, los egipcios ya sabían que los triángulos cuyos lados midiesen determinadas cantidades (como 3, 4, 5 ó 17, 144, 145) podían crear siempre un triángulo rectángulo. Estos números especiales recibieron más tarde el nombre de «ternas pitagóricas». Las cuerdas agrimensoras egipcias estaban anudadas de modo que formasen triángulos de lados que midiesen siempre ternas pitagóricas, o generadores de triángulos rectángulos. Es evidente que no todas las medidas de los triángulos eran tan adecuadas, y los triángulos rectángulos que no estaban formados por una terna pitagórica siempre producían una hipotenusa (o lado largo) irracional.

El cálculo de la hipotenusa

Observemos algunos ejemplos sencillos empleando el teorema de Pitágoras (véase página 17) para averiguar la hipotenusa.

Lado 1	Lado 2	Hipotenusa
1	1	$\sqrt{(1^2 + 1^2)} = \sqrt{(1 + 1)} = \sqrt{2}$ (irracional)
1	2	$\sqrt{(1^2 + 2^2)} = \sqrt{(1 + 4)} = \sqrt{5}$ (irracional)
3	4	$\sqrt{(3^2 + 4^2)} = \sqrt{(9 + 16)} = \sqrt{5}$ (una terna)

Por tanto, todos los triángulos rectángulos que no están formados por ternas pitagóricas generan números irracionales. Ésta es la razón de que los «números irracionales» fueran tan preciosos y de que los antiguos egipcios inventaran una forma geométrica de generarlos utilizando «rectángulos raíz».

La construcción de rectángulos raíz

Comencemos con la más básica de todas las figuras, un cuadrado cuyos lados midan 1 unidad. No importa si miden una pulgada, un codo, un metro o un kilómetro.

1 Dibuja una diagonal que una dos esquinas opuestas, formando dos triángulos rectángulos. A continuación, utilizando el teorema de Pitágoras, podremos averiguar la longitud de los lados de este triángulo, y al hacerlo generaremos nuestra primera longitud irracional:

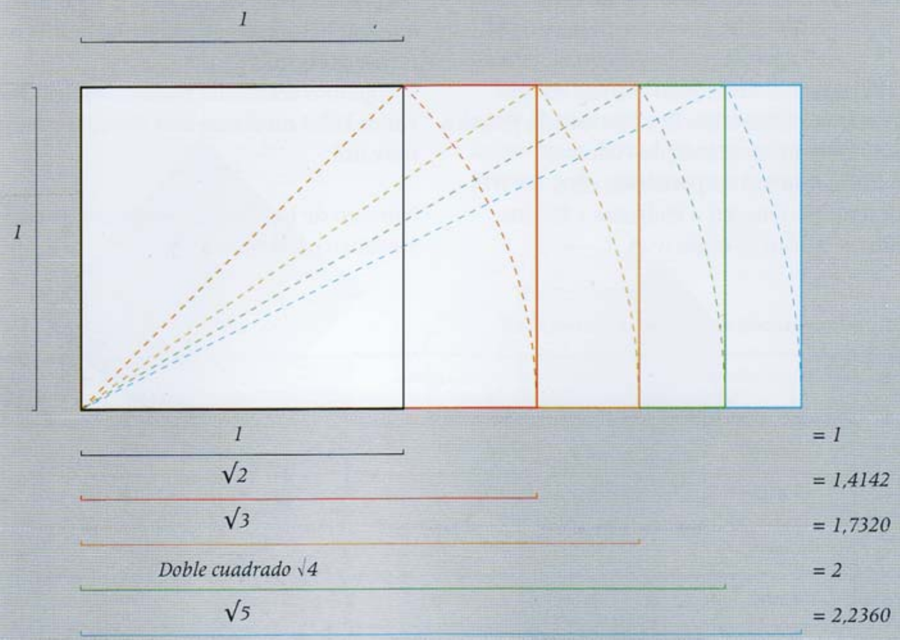
Hipotenusa^2 = lado 1^2 + lado 2^2
Hipotenusa$^2 = 1^2 + 1^2$
Hipotenusa$^2 = 1 + 1 = 2$
Por tanto, hipotenusa = $\sqrt{2}$

2 Sitúa la punta de un compás al final de la diagonal y ajústalo a la longitud de ésta. A continuación, dibuja un arco.

3 Prolonga el lado del cuadrado para crear un rectángulo nuevo (el rectángulo de color rojo del diagrama inferior). Dibuja su diagonal y ésta medirá exactamente $\sqrt{3}$. Has generado de este modo el segundo número irracional.

4 Repite el proceso tantas veces como quieras, dibujando cada vez una nueva diagonal. Esto produce $\sqrt{4}$, o cuadrado doble, $\sqrt{5}$, etc. Por supuesto, $\sqrt{4}$ no es irracional en absoluto, sino igual a 2, y forma un doble cuadrado.

Así es como medían y generaban estos números irracionales nuestros antepasados. Como puedes observar, estos números sólo son «irracionales» si te empeñas en utilizar el sistema decimal. Geométricamente son mucho más directos, pues son en realidad las diagonales de rectángulos construidos de manera simple.



IZQUIERDA. Empezando con un cuadrado (de lado 1 unidad) y utilizando sólo un compás y una regla, podemos construir rectángulos raíz de longitud $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ y $\sqrt{5}$.

Los cinco sólidos platónicos

Los polígonos regulares son figuras de varios lados que pueden inscribirse en un círculo, de manera que todos sus vértices (esquinas) lo toquen. Del mismo modo, los poliedros sólidos regulares pueden inscribirse en una esfera y todos sus vértices tocan la superficie de ésta. Sus caras están formadas por polígonos regulares.

Platón denominó «perfectos» a estos poliedros tridimensionales; definió cinco sólidos:

Tetraedro	4 caras (tetra = 4)
Hexágono/cubo	6 caras (hexa = 6)
Octaedro	8 caras (octa = 8)
Dodecaedro	12 caras (dodeca = 12)
Icosaedro	20 caras (icosa = 20)

Estos cinco sólidos se convirtieron en una parte importante tanto de la geometría práctica como de la mística, aunque Platón no fue el primero en pensar en ellos: los tres primeros pertenecen a Pitágoras y los dos últimos, a Teateto (siglo IV aC.).

Existen millones de formas compuestas por polígonos *irregulares*, pero sólo hay cinco sólidos que puedan formarse con polígonos *regulares*. Debido a esta rareza, Aristóteles y Platón dieron por supuesto que se trataba de los «ladrillos» con los que estaba construida la materia, y por ello los ligaron a los cuatro elementos clásicos y al éter.

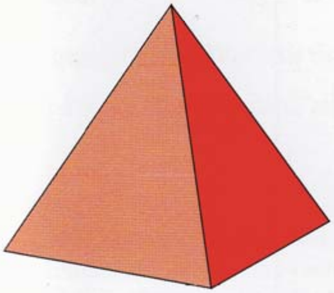
Hedron significa «superficie»; de ahí que los *poliedros* regulares sean figuras tridimensionales formadas por superficies que son figuras simétricas de lados diversos (véase tabla inferior).

Podemos relacionar todas estas figuras de varios lados mediante una fórmula maestra muy útil:

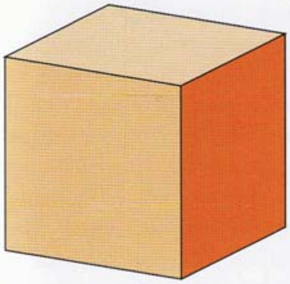
Número de bordes + 2 = número de caras + + número de vértices

LOS CINCO SÓLIDOS PLATÓNICOS EN DETALLE

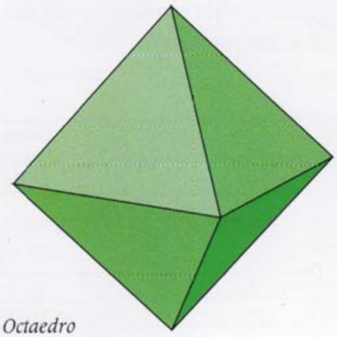
Elemento	Sólido platónico	Num. bordes	Num. planos	Num. caras	Num. vértices	Forma de las caras
Éter	*Dodecaedro*	*30*	*60*	*12*	*20*	*Pentágono*
Fuego	*Tetraedro*	*6*	*12*	*4*	*4*	*Triángulo*
Aire	*Octaedro*	*12*	*24*	*8*	*6*	*Triángulo*
Agua	*Icosaedro*	*30*	*60*	*20*	*12*	*Triángulo*
Tierra	*Hexaedro (cubo)*	*12*	*24*	*6*	*8*	*Cuadrado*



Tetraedro/pirámide



Hexaedro/cubo



Octaedro

Aunque los sólidos parecen complejos, en realidad son muy sencillos:

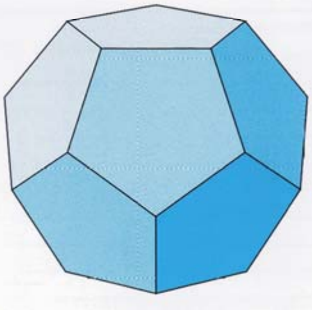
- El cubo es la forma de caja regular más básica.
- El tetraedro es una pirámide de base triangular.
- El octaedro son dos pirámides idénticas de base cuadrada unidas entre sí.

Los cinco sólidos forman dos pares de elementos duales más el éter. El cubo (tierra) y el octaedro (aire) son «duales» geométricos; es decir, cada uno puede ser generado en el interior del otro al conectar los puntos medios de todas sus caras. De este modo, se puede crear un cubo dentro de un octaedro, dentro de un cubo, y así indefinidamente.

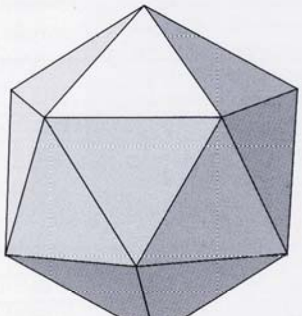
De la misma manera, los otros dos elementos, representados por el tetraedro (fuego) y el icosaedro (agua), son duales y pueden generarse el uno al otro.

Vemos, así, que existe una perfecta simetría entre los dos pares de elementos tierra-aire y fuego-agua. El dodecaedro es un dual de sí mismo, pues puede autogenerarse.

IZQUIERDA. Los cinco sólidos platónicos estaban asociados con los cuatro elementos antiguos y el éter (el aire superior), y son los únicos sólidos regulares absolutamente puros.



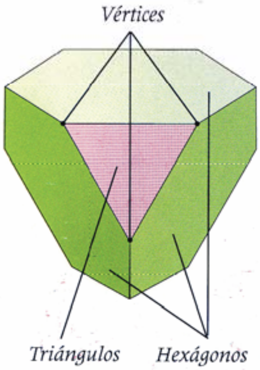
Dodecaedro



Icosaedro

Los trece sólidos de Arquímedes

Los cinco sólidos platónicos eran «puros» y contenían un único tipo de polígono. Arquímedes (c. 287-212 aC.) describió otros trece sólidos adicionales que contienen dos o más tipos diferentes de polígonos.



ARRIBA. Composición de un tetraedro truncado, formado por caras regulares hexagonales y triangulares que se unen en doce vértices.

Los escritos originales de Arquímedes sobre este asunto se han perdido. Durante el Renacimiento se fueron redescubriendo gradualmente todos los sólidos menos uno, hasta que Johannes Kepler (1571-1630), en su búsqueda de la solución de los números sagrados que se encontraban tras las órbitas planetarias (véanse páginas 78-79), reconstruyó finalmente el grupo completo.

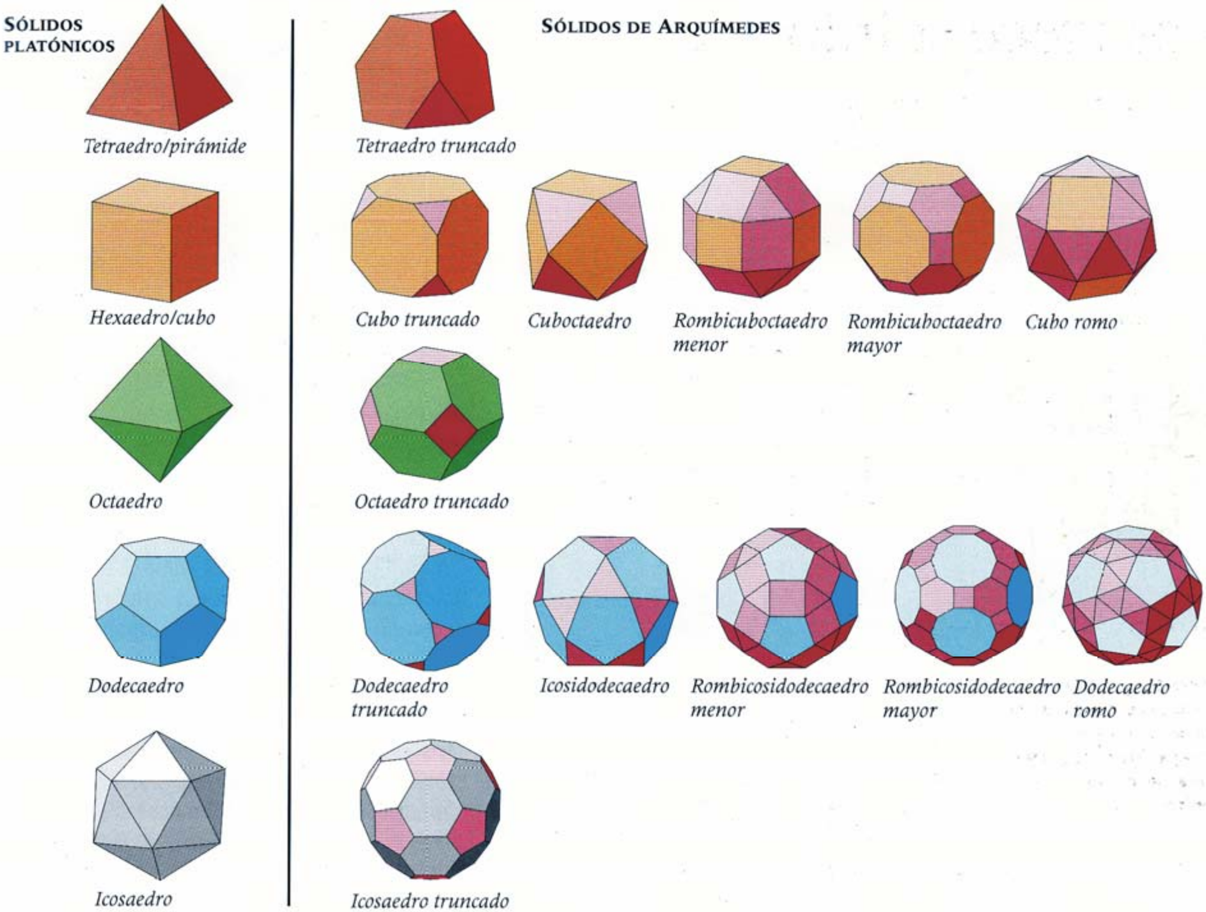
Cada cara de los trece sólidos de Arquímedes es un polígono regular simétrico. Los polígonos están todos construidos a partir de los elementos euclidianos básicos. Alrededor de cada vértice de un sólido aparecen siempre los mismos polígonos en la misma secuencia exacta. Por ejemplo, en el tetraedro truncado, cada vértice «acoge» una secuencia de hexágono-triángulo-hexágono.

Para poder apreciar estos sólidos adecuadamente es necesario fijarse en la relación existente entre las cantidades de vértices, bordes y caras (véase tabla inferior). Las caras están divididas según la cantidad de lados que tienen. Cuando se distribuyen según sus vértices, emerge un patrón claro. Con la única excepción del icosidodecaedro, los vértices son siempre múltiplos de 12.

Los trece sólidos se describen nombrando los tipos de polígonos situados en cada vértice, lo que resulta suficiente para identificar a cada uno de ellos. Cada uno de los veinticuatro vértices del hexaedro truncado (o cubo truncado), por ejemplo, contiene una secuencia de un triángulo (tres lados), un octógono (ocho lados) y otro octógono (ocho lados), por lo que nos podemos referir a él como un 3, 8, 8. Es importante, sin embargo, especificar el orden de los números que describen los poliedros, especialmente cuando el número de caras que se juntan en un vértice es mayor de tres.

DETALLES DE LOS TRECE SÓLIDOS DE ARQUÍMEDES

Sólido de Arquímedes	Vértices	Bordes	Núm. caras	Caras triangulares (3)	Caras cuadradas (4)	Caras pentagonales (5)	Caras hexagonales (6)	Caras octogonales (8)	Caras decagonales (10)
Tetraedro truncado	12	18	8		4			4	
Cuboctaedro	12	24	14	8	6				
Cubo truncado	24	36	14	8				6	
Octaedro truncado	24	36	14		6		8		
Rombicuboctaedro menor	24	48	6		8	18			
Cubo romo	24	6	38	32	6				
Icosidodecaedro	30	60	32	20		12			
Rombicuboctaedro mayor	48	72	26		12		8	6	
Dodecaedro truncado	60	90	32	20					12
Icosaedro truncado	60	90	32			12	20		
Rombicosidodecaedro menor	60	120	62	20	30	12			
Dodecaedro romo	60	150	92	80		12			
Rombicosidodecaedro mayor	120	80	62		30		20		12



ARRIBA. Los trece sólidos de Arquímedes están formados por una mezcla de caras regulares, como triángulos, cuadrados, pentágonos y octógonos.

¿Cómo se construyen?

Siete de los trece sólidos de Arquímedes pueden obtenerse truncando uno de los sólidos platónicos. El truncamiento es el proceso de cortar todas las esquinas de un sólido existente, lo que da como resultado una nueva cara en cada uno de los vértices anteriores. Por ejemplo, reemplaza la cara cuadrada (cuatro bordes) por una cara octogonal (ocho bordes), lo que produce octógonos en lugar de cuadrados.

Dos de los sólidos de Arquímedes (el rombicosidodecaedro menor y el rombicuboctaedro) pueden obtenerse mediante el proceso opuesto, la prolongación de un sólido platónico, por lo que en cierto modo todos ellos derivan de los cinco sólidos platónicos.

Los otros dos, el cubo romo y el dodecaedro romo, pueden obtenerse desplazando hacia fuera las caras de un cubo y un dodecaedro mientras se gira cada una de ellas.

Para convertir un poliedro en romo (para derivar un cubo romo del cubo, por ejemplo) lo que hacemos es rodear cada polígono con un borde de triángulos. Los espacios que quedan se rellenan con una cadena de triángulos equiláteros.

El mundo de los fractales

Los fractales pertenecen a una forma de observar el universo distinta de la euclidiana. Son formas o patrones geométricos que nos ayudan a describir las fuerzas del crecimiento, por lo que forman parte de la geometría sagrada. En la actualidad, los fractales tienen aplicaciones en astronomía, economía, meteorología y en los efectos especiales empleados en el cine.

En 1975, el matemático francés Benoit Mandelbrot definió los fractales como aquellos objetos que no pierden sus detalles ni sus proporciones cuando se aumentan o disminuyen, incluso a nivel microscópico. Esta propiedad recuerda mucho a *phi* (la proporción áurea, o 1,618), en la que se mantiene la misma proporción sagrada cada vez que se corta la línea o el rectángulo (véanse páginas 34-39). De hecho, tanto las cualidades de los fractales como las de *phi* están relacionadas con el crecimiento.

Características de los fractales

Existen dos tipos distintos de fractales: los geométricos y los aleatorios. El copo de nieve es un ejemplo de fractal geométrico que crece, en palabras sencillas, añadiendo triángulos equiláteros en patrones específicos. Los fractales aleatorios son generados por ordenador tanto en modelado como en juegos.

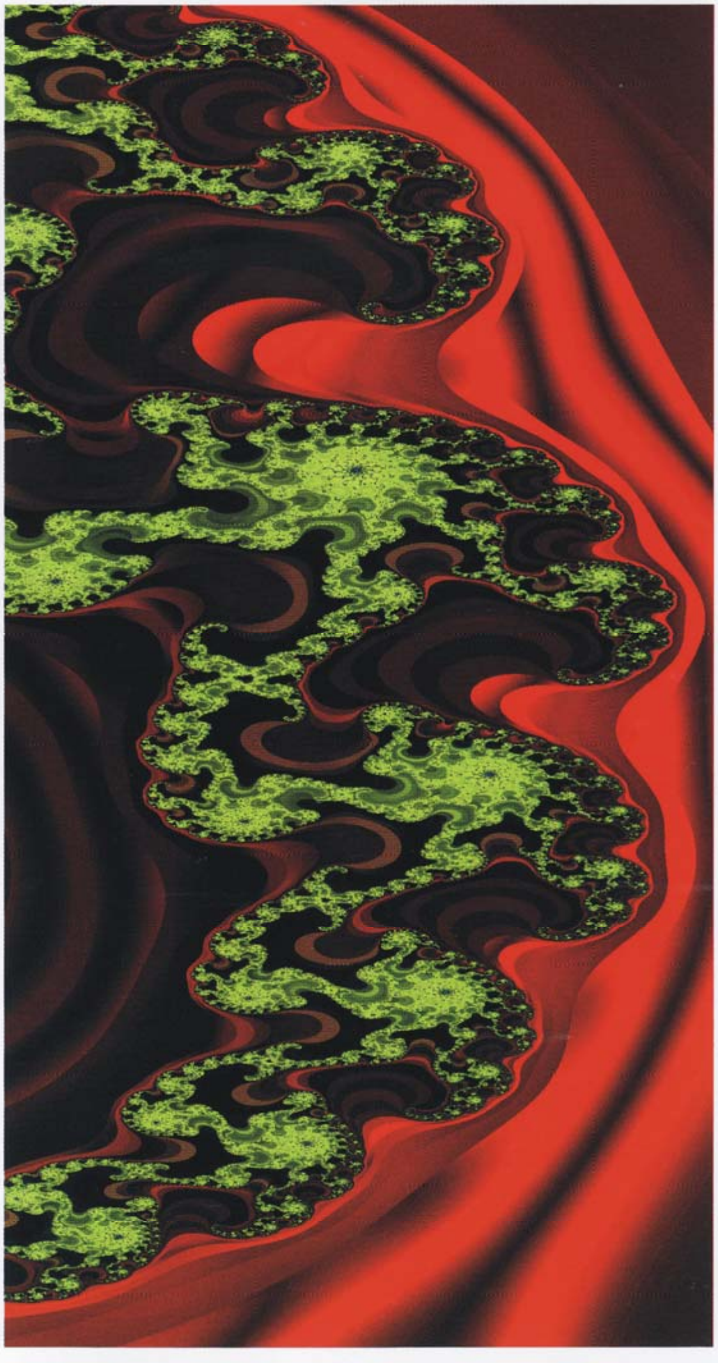
La geometría fractal puede llegar a imágenes convincentes de fenómenos de crecimiento natural, como líneas de costas, helechos y cortezas de árboles. Estas formas también pueden surgir del clima, e incluso de fenómenos producidos por el hombre, que muestren autosimilitud, como los gráficos del precio de las cotizaciones bursátiles.

Algunos helechos constituyen ejemplos naturales clásicos de fractales, pues cada sección *(pinna)* de una hoja es una réplica en miniatura de la hoja completa. Una *pinna* aumentada parece una hoja completa. Además de esto, en algunas especies los brotes se desenrollan siguiendo una espiral logarítmica. Esto significa que la naturaleza no necesita volver a diseñar la hoja en cada uno de sus estados de crecimiento, sino que el diseño original va replicándose.

Un tema que suele pasarse por alto es que los fractales naturales, a diferencia de los teóricos y matemáticos, sí tienen un final. El fractal que describe el mapa de la costa de un país puede ser examinado con una ampliación cada vez mayor hasta que se llega, por ejemplo, a la configuración de los granos de arena de una playa. No podemos llegar a un grado de detalle molecular más afinado y esperar que se repita el patrón, como haríamos con un fractal puramente matemático.

Otra característica de los fractales es la escala.

DERECHA. Cada bráctea de una piña de *pinus nigra* se encuentra situada en la intersección de dos espirales que giran en direcciones opuestas alrededor de la piña de polo a polo.



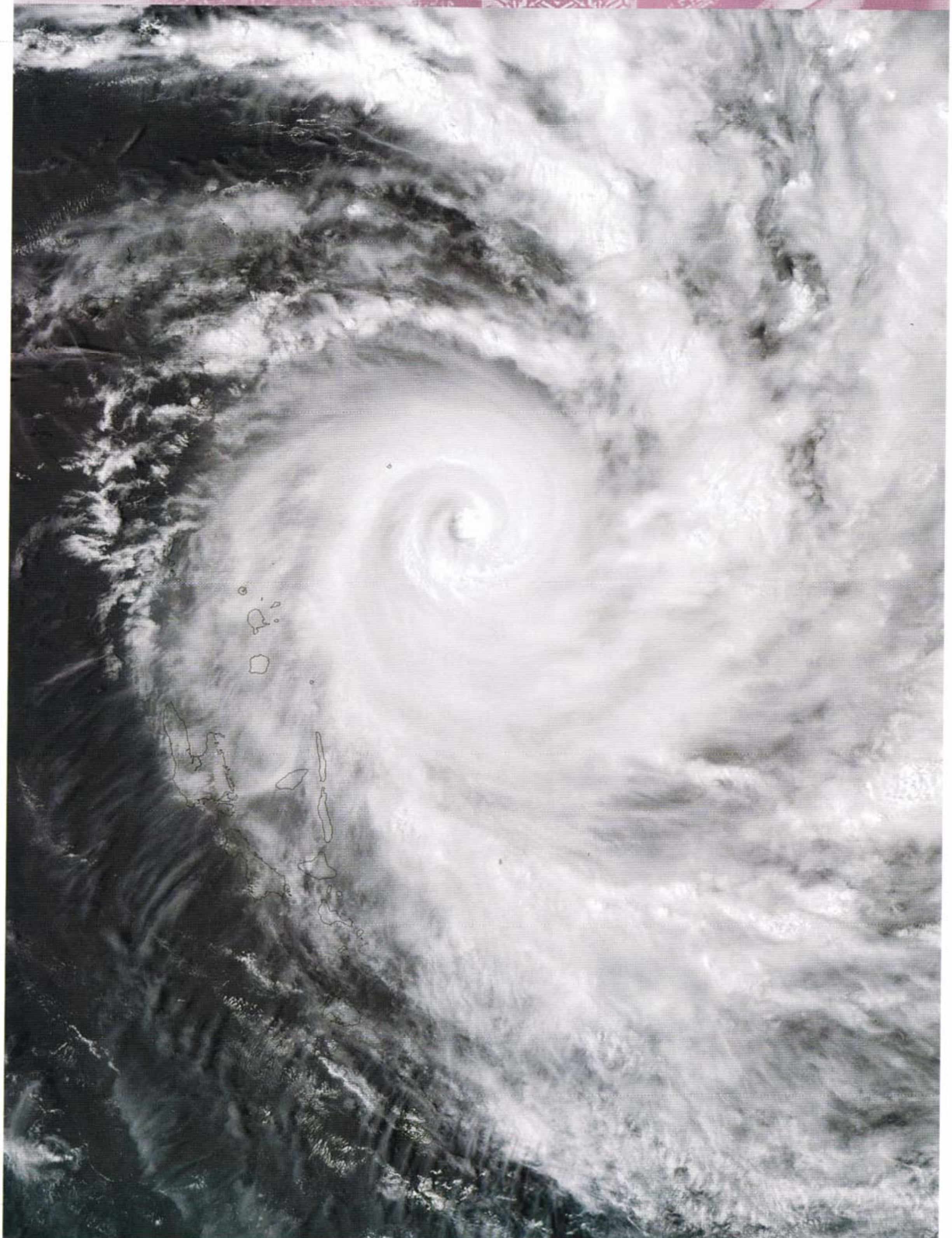
ARRIBA. Las costas de Escocia e Irlanda conservarán su naturaleza fractal cuando nos acerquemos cada vez más a ellas.

DERECHA. El conjunto de Mandelbrot genera bellísimas líneas ondulantes, con infinita similitud consigo mismas, a cualquier escala.

En un fractal, el grado de fragmentación es idéntico a cualquier escala. Los fractales no se hacen más suaves a medida que el aumento los acerca; continúan generando nuevas irregularidades proporcionales a la velocidad a la que nos acerquemos a ellos.

Orden en el caos

Popularmente se supone que los fractales están asociados a la matemática del caos, pero la realidad es que son muy ordenados; no son más que millones de objetos naturales que se entrelazan y repiten a sí mismos. Parecen caóticos, pero están regidos por una geometría definida. Un caso claro lo encontramos en el movimiento de las nubes, cuya naturaleza es fractal: su contorno parece caótico, pero es un fractal regido por las propiedades inherentes a la interacción del vapor de agua con el aire y las partículas de polvo. La esencia de medir o describir un fractal es aislar el patrón básico, lo que se llama su «función matemática de reproducción inicial». Como dato curioso señalaremos que la progresión Fibonacci es una de estas funciones de reproducción.



PARTE 2

LA GEOMETRÍA DE LA NATURALEZA

Los números, que Pitágoras veneraba, y la geometría, que enunció Euclides, se encuentran reflejados en la naturaleza. Es difícil documentar las matemáticas del crecimiento de los seres vivos, pero en las formas de las conchas y de los cuernos pueden observarse las trazas concretas del crecimiento. En el nautilus y en el fósil de amonites podemos observar con claridad la geometría de cámaras que se han ido adhiriendo sucesivamente, de manera muy cercana, a la geometría de la espiral logarítmica. En los cuernos de los animales podemos ver espirales similares regidas por otras fórmulas geométricas.

En los vegetales, los números más sencillos de contar son las semillas de una flor o los ángulos en los que van creciendo las hojas o las ramas desde el tallo central. Se ha comprobado que ambos sucesos siguen la progresión Fibonacci y que existen ángulos de generación fijos.

En el mundo mineral, el inmenso grupo de los cristales utiliza sólo siete formas geométricas diferentes. La estructura, propiedades y cualidades del disolvente universal y soporte de la vida, el agua, tanto en su forma líquida como en la nieve, sigue la misma geometría. Por último, en el nivel molecular encontramos la sutil geometría del ADN: una doble hélice que rodea una estructura pentagonal doble. En verdad, la geometría de la naturaleza es sagrada.

IZQUIERDA. Al igual que el agua, el aire adopta, en los tornados y las tormentas, una forma en espiral que puede observarse claramente en las fotos de los satélites.

CAPÍTULO 3

LA GEOMETRÍA DE LA VIDA

Dado que la geometría conforma el plano básico del universo físico, podemos esperar encontrarla también en el diseño de seres naturales, tanto animados como inanimados. En este capítulo estudiaremos la geometría que encontramos en la naturaleza, especialmente en los patrones de crecimiento, y la relaciona con las curvas y espirales que explicamos en la parte 1. El énfasis se pone en un patrón que pueda repetirse o duplicarse. A pesar de la aparente riqueza de la naturaleza, el patrón es, al igual que el fractal, asombrosamente complejo, pero basado en formas muy simples.

En un extremo de la escala encontramos la estructura de los cristales, que se formaron bajo temperatura y presión intensas siguiendo solamente siete tipos simples de formas geométricas. Cada mineral suele seguir uno de estos patrones. La concha mineralizada de algunos animales, como el nautilus, se prolonga siguiendo la geometría de la espiral logarítmica, al igual que los cuernos de algunos carneros. También las plantas utilizan la repetición de diferentes escalas numéricas como forma de crecimiento. Incluso el agua responde a formas geométricas en su flujo helicoidal a lo largo del lecho de un río o en la estructura de los copos de nieve, que pueden ser descritos como fractales.

La geometría del crecimiento de las plantas

El crecimiento de los seres vivos consiste en la repetición de patrones. Una planta produce hojas conforme al patrón inherente en su especie, y todas crecen a partir de un tallo a intervalos geométricamente predecibles.

ARRIBA. Las hojas de un helecho al desenrollarse se atienen a una forma geométrica estricta.

En 1753, el botánico escocés Robert Simpson observó que la progresión Fibonacci (véanse páginas 38-39) rige el patrón de crecimiento de muchas plantas. Principalmente diseña la geometría del crecimiento, pues la espiral equiangular y *phi* (la proporción áurea, véanse páginas 34-39) se encuentran en el espacio entre las hojas de un tallo, en el número de pétalos y en la colocación de las semillas.

El espaciado de las hojas

Contempla el tallo recto de una planta desde arriba y observarás que las hojas salen de él siguiendo un patrón en espiral. Esto proporciona a cada hoja (o rama) acceso a la máxima cantidad posible de sol o lluvia.

Si vas pasando el dedo alrededor del tallo siguiendo el orden sucesivo de las hojas, podrás establecer este orden de crecimiento y observarás que tiene forma de hélice. También podrás hallar dos cifras: el número total de hojas que brotan del tallo y el número de veces (rotaciones) que tu dedo se movió alrededor del tallo para contar las hojas.

La siguiente fórmula determina el «ángulo de la espiral de crecimiento» de la planta, que es la cantidad de grados existente entre los brotes de cada una de las hojas: ángulo de la espiral de crecimiento de la planta = número de rotaciones × 360/número de hojas.

A menudo, este cálculo ofrece un resultado exacto de 137° 30′ 27″, igual a 360/phi^2. Este ángulo recibe el nombre de «ángulo áureo».

Uno de los resultados de que las plantas empleen este ángulo es que las hojas que salen directamente por encima de las primeras son las hojas 5, 8, 13, 21, 34... Otra vez la secuencia familiar. Si nos atenemos fielmente a la teoría de Fibonacci, la alineación no es perfecta (se desvía 0,06, 0,03, 0,02, 0,01...), pero gradualmente converge con la perfección.

Disposición de las semillas

Los ejemplos visuales más claros de la presencia de los números de Fibonacci los encontramos en los girasoles y las piñas. La cabeza del girasol presenta dos espirales entrecruzadas: una que gira hacia la izquierda y otra que lo hace hacia la derecha. Puede haber ocho espirales hacia la derecha y trece hacia la izquierda, y cada semilla pertenece a ambas. Otros pares incluyen 34 y 55 ó 55 y 89.

El número de pétalos

La progresión Fibonacci también parece determinar la cantidad de pétalos que una planta tendrá en sus flores:

- 3 Lirio, iris, lirio americano.
- 5 Aguileña, prímula, ranúnculo, rosa silvestre, consuelda.
- 8 Espuela de caballero, sanguinaria, cosmos.
- 13 Cineraria, santimonia.
- 21 Achicoria, ojo de poeta.
- 34 Malva, pelitre.
- 55 Aster novi-belgii.
- 89 Cielo estrellado.

La cantidad de pétalos nunca llega a 144, un número que a menudo observamos como límite en otros ejemplos de la progresión Fibonacci en la naturaleza.

Estructura de los cristales

El axioma de los herméticos, que afirmaba que «como es arriba, así es abajo», puede ampliarse a «como es en los átomos, así es en la estructura exterior», al menos en el caso de los minerales cristalinos. Bajo condiciones ideales, los cristales forman estructuras perfectas que reflejan la disposición de sus átomos. Los geólogos agrupan los cristales en siete órdenes, de acuerdo con su geometría.

En 1912, el físico alemán Max von Laue hizo pasar rayos X a través de una bola de cristal hasta una placa fotográfica sin exponer. Al revelar la placa observó puntos oscuros dispuestos en perfecta simetría. Su técnica de cristalografía por rayos X permitió a los científicos averiguar la estructura geométrica de los cristales de diversos minerales. Al mismo tiempo, la vibración de los cristales se empleó para recibir ondas de radio: en los antiguos receptores, un cristal poliédrico creaba o respondía a una frecuencia concreta.

La energía de esta estructura interna es también la causa de que adquieran formas tan bellas. Su creación bajo temperatura y presión extremas en las entrañas de la Tierra permite que la configuración de sus átomos constituyentes controle el resultado de la forma geométrica cristalina. Las cubiertas de electrones de los átomos están regidas por números enteros simples (véase página 21), por lo que también lo están las configuraciones de cristales resultantes.

DERECHA. Los cristales de halita siguen una formación cristalina cúbica; en este caso observamos una segunda formación similar en ángulo con la primera.

Los cristales crecen de manera natural con forma poliédrica; es decir, como formas sólidas cuyas caras son polígonos. Son las representaciones físicas más cercanas a los sólidos platónicos, aunque no están tan perfectamente formados como las formas ideales (véanse páginas 54-55). Los cristales de una sustancia concreta siempre adoptarán la misma forma: pueden componer poliedros regulares o irregulares, pero no ambos. El ejemplo más sencillo es, probablemente, la sal común (cloruro de sodio); si se prepara una solución muy concentrada en agua caliente, al enfriar cristalizará en una serie de cristales de seis caras casi cúbicas. Una solución de alumbre de cromo, por su parte, formará cristales octaédricos (de ocho caras).

La formación de los cristales es similar al crecimiento de los seres vivos: el proceso de cristalización consiste en la creación de diminutas réplicas de la forma original, que se juntan para producir una versión mucho mayor y que posee exactamente la misma forma que las anteriores. Es evidente que en la naturaleza las formas perfectas son raras, y el resultado final muchas veces se ve afectado por las presiones de estructuras adyacentes sufridas durante el crecimiento.

La ordenación de los cristales

Existen siete órdenes de cristales, que se diferencian entre sí por un único cambio en su estructura. Si analizamos la geometría de un cristal en concreto y medimos el ángulo entre sus planos, además de la relación de los ejes entre sí, determinaremos el grupo al que pertenece.

Cristales cúbicos. Son los cristales más básicos. Un ejemplo de ellos es la sal común. Para expresarlo de forma técnica, tienen tres ejes perpendiculares entre sí y de igual longitud que producen seis caras y forman un cubo, ese arquetípico objeto tridimensional. Cada cara es un cuadrado. Otros ejemplos de este tipo de cristales los constituyen las piritas de hierro, el alumbre, el granate y la galena. El Cubo de Espacio es la imagen utilizada por el primer texto cabalístico, el *Sepher Yetzirah*, para describir la estructura inicial de toda la creación Tiene seis direcciones y puede visualizarse como un cristal cúbico básico.

Cristales tetragonales. Solamente dos de los tres ejes tienen la misma longitud, pero todos son perpendiculares entre sí. Estos cristales poseen caras rectangulares. Entre ellos se incluyen la casiterita y el rutilo.

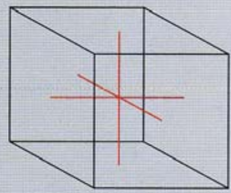
Cristales ortorrómbicos. Los tres ejes tienen longitudes diferentes, pero son todos perpendiculares entre sí. Entre los ejemplos encontramos el topacio, el crisoberilo, el peridoto y la chalcantita.

Cristales monoclínicos. Todos los ejes tienen longitudes diferentes y solamente dos son perpendiculares entre sí. Presentan esta forma el bórax, la azurita y la moscovita.

Cristales triclínicos. Todos los ejes tienen longitudes diferentes y ninguno de ellos es perpendicular a los otros. No son corrientes.

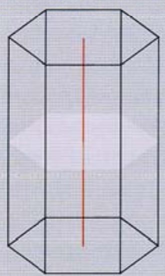
Cristales romboédricos o trigonales. Los tres ejes tienen la misma longitud, pero ninguno de ellos es perpendicular a los demás.

Cristales hexagonales. Son los más complejos. Tienen cuatro ejes, tres de los cuales son de la misma longitud y están en el mismo plano formando un ángulo de 120º (ángulo axial) entre ellos. El cuarto eje es perpendicular a los otros tres y puede ser de cualquier longitud. Ejemplos de esta formación son la calcita, la turmalina y el berilo.

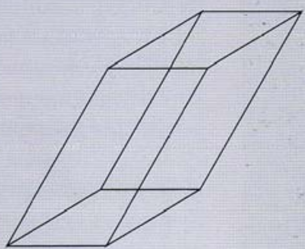


Cristal cúbico

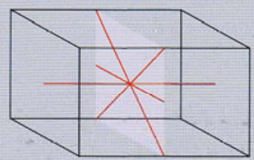
Cristal ortorrómbico



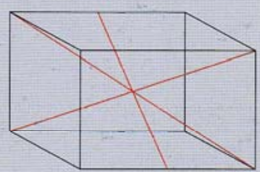
Cristal hexagonal



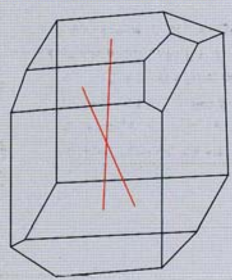
Cristal monoclínico



Cristal romboédrico o trigonal



Cristal tetragonal



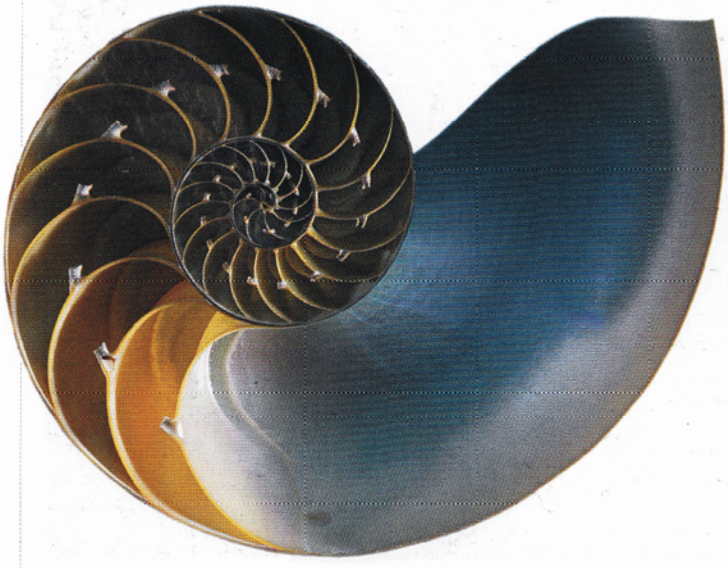
Cristal triclínico

Espirales vivas

La geometría rige el crecimiento de muchas criaturas, especialmente en el mar, donde las cormas pentagonales son muy comunes. La espiral logarítmica es crucial en el crecimiento de multitud de seres vivos (en el desarrollo fetal de muchos animales, por ejemplo), pero resulta más evidente allí donde se produce algo concreto como una concha. Los giros en espiral de muchas conchas marinas o de los cuernos del carnero de Dall constituyen un buen ejemplo de ello.

La geometría de la espiral se manifiesta en la naturaleza como una forma de crecimiento proporcional. Los ejemplos más citados son el nautilus y el amonites fósil, dos casos de criaturas de cuerpo blando encerradas en conchas rígidas. Al no poder crecer como los mamíferos, constantemente iban creando nuevas y mayores salas en la concha que les rodeaba en lugar de, por ejemplo, crecer en línea recta.

ABAJO. La preciosa concha del nautilus muestra sus cámaras sucesivas, cada una de ellas mayor que la anterior pero tan perfectamente proporcionada como ella.



El nautilus

Cuando se traslada a su nueva cámara, de mayor tamaño, el nautilus llena la antigua de gas y la cierra con una perfecta capa de nácar. Sólo ocupa la exterior, pero mantiene un diminuto hilo, o cola, que se enrolla hasta la diminuta cámara original. Cada cámara adicional es exactamente proporcional a las anteriores, una gesta de ingeniería biológica que emplea la espiral logarítmica (véanse páginas 48-51), una forma geométrica que mantiene un ángulo constante con respecto a su centro original. Esto permite que el espacio obtenido con cada crecimiento sucesivo sea el mayor posible con el mínimo de trabajo. Obviamente se trata de una fórmula excepcional, pues la especie de los nautilus ha sobrevivido durante millones de años.

El arte imita a la naturaleza, y el busto de Escipión el Africano realizado por Leonardo da Vinci muestra un casco cuya ornamentación principal es una concha en espiral clásica.

Cuernos con espirales

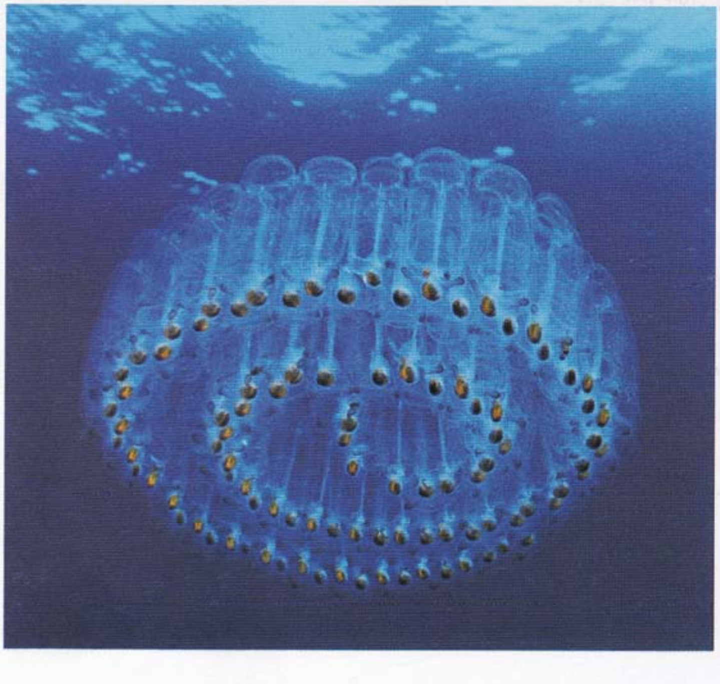
El cuerno es otra forma de estructura orgánica que conserva su patrón de crecimiento en una formación rígida a medida que va creciendo. Las extensiones espirales de los cuernos del carnero de Dall y de otros antílopes muestran la forma espiral que encontrábamos en el nautilus. Mientras que éste empleaba una espiral plana, las formaciones como las de los cuernos del gran kudú de África Central crecen en espirales tridimensionales. Es ésta una espiral que ha crecido alrededor de un cono o una forma geométrica similar, que va disminuyendo hasta acabar en una punta.

Además de ser sintomática del crecimiento por repetición, la espiral posee también las propiedades que tienen los muelles de absorber los golpes, lo que resulta una ventaja en el diseño de aquellos cuernos que van a entrechocarse en la batalla. Es curioso observar que los cuernos de las variedades domésticas de animales muestran una estructura de giro completamente diferente de la de sus primos salvajes. Se trata de una estructura basada en la dirección de giro, y los cuernos que la poseen reciben el calificativo de «homónimos». Muestran un giro en espiral hacia la derecha en el lado derecho de la cabeza del animal, y una espiral hacia la izquierda en el cuerno izquierdo. Esta formación la encontramos en los cuernos de todos los animales domésticos, pero no en los de los salvajes de especies iguales o similares.

Otros animales

La geometría inherente a la vida animal también se exhibe en los patrones que emplean las arañas para tejer sus telas. Estos patrones siguen un cierto número de modelos matemáticos, entre los que se incluyen las espirales logarítmicas. La forma de un huevo, diseñado para ser puesto fácilmente sin que se rompa, es un ejemplo de la geometría ovoide en la vida natural. Entre las diferentes manifestaciones naturales que utilizan esta geometría se incluyen las alas de las mariposas y las percas. Incluso a nivel microscópico, se han descubierto formas espirales de protozoos. Las abejas construyen las celdillas de sus colmenas usando como modelo el hexágono.

La espiral aparece en la forma de los cuernos (arriba), las cámaras fósiles de un amonites (derecha) y la estructura flotante de una colonia de salpas (abajo).



Agua viva

Hemos visto cómo los patrones de crecimiento y la estructura de los cristales minerales, las plantas y los animales están regidos por la geometría simple. Quizá resulta difícil creer que algo tan simple y tan fluido como el agua pueda estar condicionado por ella..., ¡pero lo está!

Está claro que el agua es cualquier cosa menos pura y simple. Es un disolvente casi universal y compone más del 60 por 100 de nuestros cuerpos. Sin clla, no duraríamos ni una semana. Una caída de temperatura de unos pocos grados, desde 4 °C a justo por debajo de 0 °C, cuando se le elimina la energía, hace que pase de ser un líquido totalmente maleable a ser un sólido capaz de romper las cañerías metálicas.

ABAJO. Agua fluyendo por un canal de diseño geométrico, lo que mejora su calidad y contenido de oxígeno.

Los descubrimientos de Victor Schauberger

Uno de los héroes poco reconocidos del siglo XX, Victor Schauberger (1885-1958), observó que a 4 °C el agua está en su estado más denso y puede hacer flotar materiales que normalmente no sostendría. Por eso, en su Austria natal, Schauberger construyó canales inclinados (como toboganes de agua), en los que la temperatura estaba controlada, para transportar grandes piezas de madera a unas distancias mucho más largas de las que se podría esperar en condiciones normales. De hecho, unos ligeros cambios en la geometría de un río pueden hacer que el agua deposite limos o, por el contrario, que excave y profundice su lecho. Schauberger inventó un medio de incrustar hojas geométricamente curvadas en el lecho de un río para obligar al agua a describir un giro helicoidal. Los resultados fueron notables y aportaron una buena dosis de vida: sus métodos limpiaron charcas estancadas, lo que produjo un aumento considerable en la cantidad de oxígeno que absorbía el agua y un rápido crecimiento de la vida piscícola.

Tras la Segunda Guerra Mundial, Schauberger desarrolló la teoría de los vórtices (en lugar del diseño habitual de turbina) como medio de generar potencia a partir del agua. En 1958 recibió promesas de financiación de Estados Unidos y se trasladó allí, pero acabó perdiendo sus escritos, sus prototipos y sus derechos. Cinco días después de su regreso a Austria, falleció.

Su hijo fundó el Pitagoras-Kepler System Institute de Lauffen, cerca de Salzburgo, que continúa funcionando en la actualidad. Resulta muy revelador el hecho de que los dos nombres elegidos para su instituto sean los dos nombres clave en la historia de la geometría sagrada.

La geometría de los meandros

La geometría natural de un río, en especial si tiene un desnivel suave y cuando la calidad del sedimento subyacente es siempre igual, es la de los meandros que van de un lado a otro, con una alternancia matemática regular de vados y pozas. Como parte de esta geometría, el río genera corrientes que también alternan entre excavar profundas pozas en las curvas y depositar el material levantado en la orilla opuesta río abajo. Consecuentemente, la forma entera del meandro se mueve con lentitud hacia los lados, como una gigantesca onda sinusoide.

Los equivocados intentos del hombre de enderezar los cursos fluviales serpenteantes o de estabilizarlos entre orillas de piedra y cemento han ocasionado graves daños. La geometría de los meandros está adaptada para trabajar con diferentes volúmenes, según el nivel de lluvias en las cabeceras de los ríos. Enderezar artificialmente los canales altera la velocidad de flujo y causa inundaciones más frecuentes y graves.

Formas en las que fluye el agua

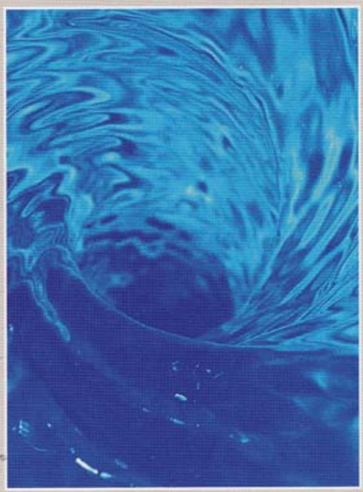
Gran parte de las avanzadas ideas de Schauberger todavía no han sido plenamente utilizadas. Un investigador que ha avanzado un paso más en estas teorías ha sido el inglés John Wilkes, inventor de un tipo de flujo de agua que la hace girar de un lado a otro, formando un ocho, mientras desciende por una serie de artilugios cerámicos o de cemento especialmente diseñados. Estos cuencos o platos imitan la forma del flujo que se crea cuando una corriente de agua se vierte en otra, una especie de «estela» natural similar a aquellas que fascinaron a Leonardo da Vinci.

Estos flujos estimulan una versión más extrema de los movimientos que efectuaría un río sano y, según su inventor, mejoran considerablemente la calidad del agua tratada. Por tanto, he aquí una deliciosa combinación de estética, diseño geométrico y un cambio real en la calidad del agua aportados por esta geometría.

ABAJO. Un río que atraviesa una llanura de aluvión madura nunca fluye recto sino que forma meandros, una respuesta geométrica precisa a su volumen y carga de limo.

Formas espirales

Una forma especial de la hélice, la espiral, está íntimamente ligada a los movimientos del agua, como muestran los remolinos o, a una escala menor, el agua del baño cuando desparece por el desagüe al quitar el tapón. El aire, al igual que el agua, es un fluido, por lo que los tornados, los huracanes y los torbellinos también adoptan la misma geometría.



El maravilloso mundo de los copos de nieve

ARRIBA. Aunque existen muchas formas hexagonales, cada rama de un mismo copo de nieve es simétrica con todas las demás.

La estructura de un copo de nieve es una de las más claras manifestaciones de los fractales que podemos encontrar en la naturaleza. Quizá se deba a que se forman cuando el agua cae libremente a través de la atmósfera sin interferencias de objetos adyacentes. Ninguna otra sustancia cristaliza en tantas formas diferentes.

A pesar de tanta variedad, la geometría que rige el crecimiento de una de las ramificaciones de un copo también regirá el de todas las demás. Es casi como si tuviera lugar alguna extraña coordinación geométrica. Con independencia de la escala que se utilice para observar el producto final, se comprueba que el patrón es siempre el mismo. Sin embargo, estas figuras no poseen la suavidad de la geometría euclidiana, en la que todo es una línea recta, un círculo o una curva suave que puede ser generada cortando un cono (las llamadas «secciones cónicas»).

La estructura de los copos de nieve

El proceso de generación de una representación fractal de Koch de un copo de nieve, que se describe en la página 71, puede que no refleje lo que sucede en realidad en un día gélido, pero aporta una fiel representación matemática de la naturaleza fractal de un copo. También demuestra que, si tuviéramos un lápiz lo suficientemente afilado y una vista sobrehumana, el proceso podría continuar hasta que llegáramos a una figura infinitesimal.

Con la geometría fractal (véanse páginas 58-59), la longitud del perímetro de la figura aumenta de forma ilimitada, pero el área lo hace muy despacio. La longitud del perímetro del copo de nieve depende del grado de aumento que se utilice.

De hecho, puede demostrarse de forma matemática que el área del copo nunca excederá en 8/5, ó 1,6 veces, el área del triángulo original. ¡Otra vez esos números de Fibonacci!

Efectivamente, el área de un copo de nieve es finita, mientras que el perímetro es (al menos en potencia) infinito; ésta es una característica de todos los objetos geométricos fractales. Es evidente que en el mundo real debe existir algún tipo de límite, y en el caso del copo de nieve éste se encuentra en el nivel molecular.

La razón de que la figura de Koch comience como una estrella de seis puntas es que, en la naturaleza, la geometría de los enlaces de los copos de nieve está asociada con el ángulo de 60º. Sabemos que existen muy pocas formas que puedan arracimarse con pulcritud alrededor de un punto. Una de ellas es la formada por seis triángulos equiláteros cuyos ángulos midan 60°. Como $6 \times 60 = 360$, la estructura resultante será hexagonal.

ABAJO. Los copos de nieve forman muchos miles de diseños diferentes, pero todos ellos están basados en la geometría hexagonal. Esto permite que incluso fuertes nevadas permanezcan en laderas muy inclinadas.

El número seis

También los chinos poseían una explicación numérica de las cualidades del copo de nieve. Quizá la referencia más antigua date del año 135 aC., cuando Han Ying escribió: «Las flores de las plantas y los árboles suelen tener cinco puntas, pero las de la nieve son siempre de seis». El estudioso T'ang Chin razonó como un pitagórico al explicar que «como el seis es el verdadero número del agua, cuando se congela formando flores (copos de nieve) éstos deben tener seis puntas».

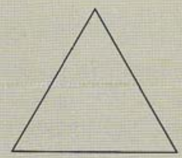
Varios siglos más tarde, en el año 1611, fue Johannes Kepler el que se preguntó por qué siempre seis, e intentó averiguar la geometría que encerraban. Sin embargo, hasta que el polimatemático inglés Robert Hooke (1635-1703) los observó al microscopio en el siglo XVII (y dibujó esquemas), su forma no fue plenamente apreciada en Occidente. Hooke también contribuyó a aumentar nuestra comprensión del movimiento armónico de los muelles y anticipó varios de los descubrimientos de Newton.

La congelación del agua

El extraño comportamiento del agua congelada aporta un dato interesante a la geometría de la formación de los cristales de hielo. El agua alcanza su mayor densidad justo por debajo de 4 °C. Por debajo de esta temperatura, el agua se vuelve menos densa al congelarse, y por eso el hielo flota. La forma hexagonal de los copos de nieve se reafirma a sí misma en el hielo, pues cada molécula de agua está enlazada por el hidrógeno en una disposición con simetría hexagonal. Parece probable, por tanto, que la estructura de los copos de nieve se vea afectada por los enlaces moleculares o, como afirmó el científico chino T'ang Chin, que «el seis sea el verdadero número del agua».

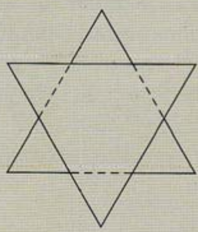
El copo de nieve de Koch

En 1904, el matemático Helge von Koch (1870-1924) diseñó un modelo matemático que produce un único dibujo de copo de nieve. Comienza con un triángulo equilátero. Para generar esta curva del copo de nieve:



1 Empieza con un triángulo equilátero.

2 Superpón un segundo triángulo equilátero invertido para formar una estrella de seis puntas.

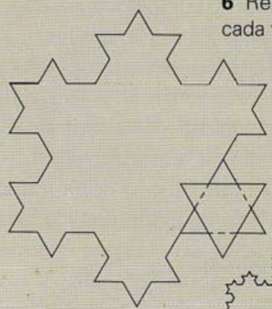


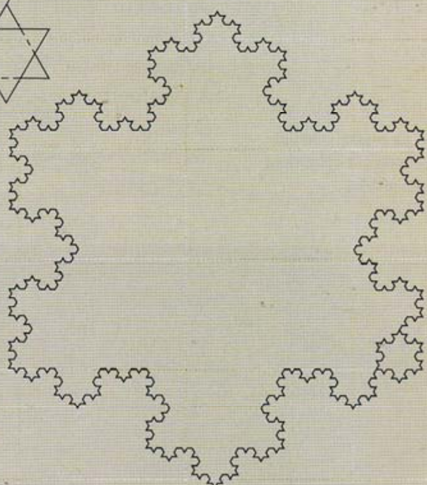
3 Toma cada vértice triangular y conviértelo en un triángulo equilátero que apunte hacia fuera; a continuación, dibuja sobre él el triángulo equilátero invertido.

4 Borra la parte de la estrella que se encuentre en el viejo triángulo.

5 Realiza este proceso en cada punta de la estrella original.

6 Repite fractalmente con niveles de detalle cada vez más afinados.





La geometría de la genética

La hélice es una espiral tridimensional relacionada con el crecimiento. En el mundo de los seres vivos podemos observar ejemplos en las enredaderas, como en las madreselvas y las campanillas, así como en los cuernos de los antílopes, los carneros y los narvales. La escalera de caracol, un cable de acero retorcido, los tornillos, los muelles y el sacacorchos son hélices fabricadas por el hombre.

ARRIBA. El caduceo era el símbolo de Hermes, el mensajero de los dioses en la mitología griega.

Las hélices pueden girar en el sentido de las agujas del reloj o en sentido contrario, por lo que se las suele denominar «dextrógiras» y «levógiras», respectivamente; siendo cada una de ellas el reflejo especular de la otra. Estas hélices también se producen en los fenómenos meteorológicos y las encontramos en tormentas, ciclones y huracanes.

La doble hélice es una forma todavía más interesante. Ya mucho antes del descubrimiento del ADN, el símbolo de la medicina era una doble hélice formada por dos serpientes enrolladas alrededor de una vara. Esta figura es en realidad el caduceo, el cetro mágico del dios griego Hermes (el Mercurio de los romanos), mensajero de los dioses, proveedor de encantamientos (mágicos), guía de los muertos y protector de mercaderes, tramposos y ladrones. A los alquimistas se los denominaba «hijos de Hermes» y «practicantes de las artes herméticas». Existen claras asociaciones ocultas en el caduceo.

La doble hélice del ADN

El ácido desoxirribonucleico, o ADN, está compuesto por dos hélices tridimensionales dextrógiras. En 1953, los doctores James Watson y Francis Crick descubrieron la estructura de esta doble hélice, y en 1962 recibieron, conjuntamente con el doctor Maurice Wilkins, el premio Nobel por «sus descubrimientos de la estructura molecular de los ácidos nucleicos y su significado para la transferencia de información en materiales vivos». La expresión «transferencia de información» quiere decir herencia genética.

El ADN está formado por unas hebras denominadas cromosomas. Cada una de las distintas especies vivas tiene un número diferente de cromosomas; los humanos poseemos 46 (23 pares). Se da la curiosa coincidencia de que si empleamos la isopsefia griega para sumar el valor de las letras de Adán, nuestro antepasado genético bíblico, obtenemos este mismo resultado de 46.

ABAJO. La espiral o hélice perfecta rige la estructura de esta concha.

El ADN es como una escalera de caracol con unos peldaños que unen las dos ramas. La doble hélice del ADN necesita diez escalones para efectuar un giro completo; el Árbol de la Vida cabalístico también tiene una escalera con diez peldaños, y el diez era el número de la terminación para Pitágoras.

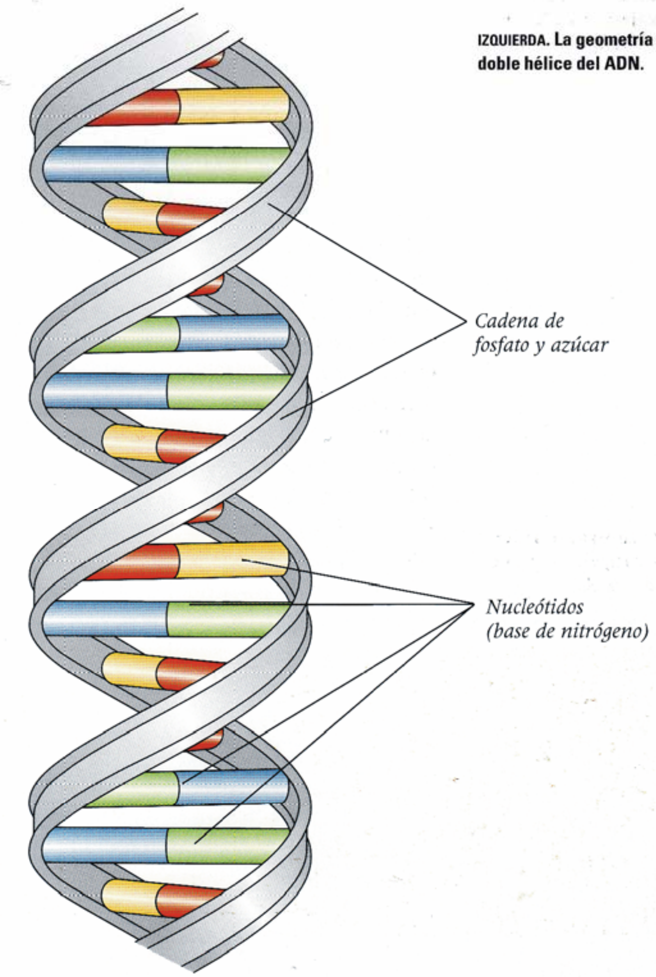
Cada célula viva está compuesta por sólo seis elementos: carbono, hidrógeno, oxígeno, fósforo, nitrógeno y azufre, que poseen los números atómicos casi adyacentes 1, 5, 6, 7, 15 y 16. Todos juntos tejen uno de los patrones más complejos y autorrepetitivos.

Los peldaños de la escalera del ADN están compuestos por moléculas denominadas «nucleótidos», de los que existen cuatro tipos. Cada tipo está enlazado a uno de los escalones mediante una molécula de fosfato y azúcar. Los detalles de su estructura son complicados, aunque el sistema posee, sin embargo, un patrón modular sencillo. De hecho, los modernos investigadores genéticos dirigen habitualmente esta estructura y pueden modificar o sustituir módulos en laboratorio a voluntad. Como la espiral logarítmica, la geométrica puede ser repetida con facilidad (pero mejor empaquetada), y su facilidad para la autorrepetición y el crecimiento está presente en la geometría de la molécula del ADN.

Pentágonos dobles

La geometría que rige esta espiral puede observarse más fácilmente si la miramos verticalmente a lo largo de la espiral. Lo que veremos es una estructura que nos recuerda a *phi* (Φ), la proporción áurea: una serie de pentágonos dobles que forman la vista axial compuesta de la doble hélice del ADN. Cada rotación completa de la espiral de doble hélice contiene diez moléculas de fosfato y azúcar.

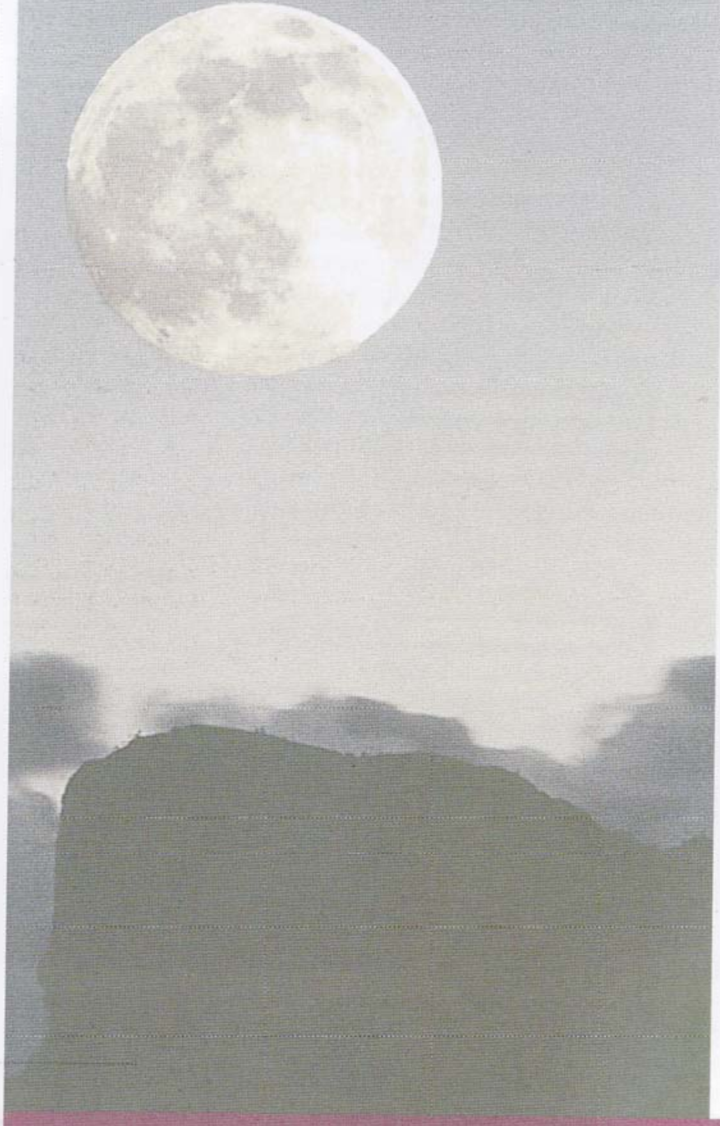
Phi está asociado muy de cerca con el cinco y es parte integrante de la construcción del pentágono (véase página 36). Aparece con frecuencia en la estructura de componentes pentagonales, así como en la relación entre pentágonos. El patrón geométrico más sencillo de la vista axial del ADN revela tres pentagramas dobles grandes. Cada pentágono forma intersección con otros dos. En otras palabras, estas intersecciones están cargadas de proporción áurea enterrada en la estructura axial de esta molécula singular, la doble hélice del ADN.



IZQUIERDA. La geometría de doble hélice del ADN.

Capítulo 4

LA GEOMETRÍA EN LA ASTRONOMÍA Y LA COSMOLOGÍA



La expresión «armonía de las esferas» resume las creencias primitivas de que existen relaciones matemáticas y geométricas estrictas entre las órbitas de los distintos planetas. Más tarde, Kepler confirmó la autenticidad de esta teoría. Incluso a pesar de que los primeros astrónomos, como Ptolomeo, estaban equivocados en lo que respecta a la posición central de la Tierra, aun así generaron modelos geométricos de gran complejidad que explicaban el movimiento aparentemente excéntrico de los planetas. También Johannes Kepler empleó la geometría de los cinco sólidos platónicos en sus primeros intentos de establecer la geometría de las órbitas planetarias alrededor de un nuevo centro, el Sol.

Los antiguos medían las posiciones y los movimientos de las estrellas por sus puntos de salida y ocaso, según se señalaban en el horizonte. Estos puntos (especialmente los del Sol y la Luna) fueron muy importantes en la construcción de los monumentos megalíticos, cuyos alineamientos en la Tierra reflejaban los alineamientos en el cielo.

La geometría de los cielos se refleja también en la geometría geográfica de la Tierra. Los intentos de trazar mapas de los cielos y de la Tierra hicieron necesario definir un primer meridiano para las líneas de longitud. A pesar de que el de Greenwich esté hoy en día universalmente aceptado como tal, hasta principios del siglo xx el meridiano de París tuvo una considerable fuerza.

El cielo nocturno

ARRIBA. Johannes Kepler marca el cambio entre la astronomía geocéntrica y la heliocéntrica.

Los antiguos entendían los mecanismos celestes que se escondían tras la exhibición nocturna de estrellas y planetas, y aplicaron este conocimiento a la geometría sagrada que utilizaron para la construcción de sus templos.

A medida que la Tierra gira alrededor del Sol, también va rotando sobre su eje, que tiene una inclinación de 23,5° en relación con el plano de esta órbita. Este eje de rotación siempre apunta hacia el mismo astro, la Estrella Polar, independientemente del lugar que ocupe la Tierra en su progresión alrededor del Sol. Los antiguos, en especial los chinos, creían que la Estrella Polar era una parte muy importante de la maquinaria del universo, quizá más que el mismo Sol, aunque en la actualidad a la mayor parte de los habitantes de las ciudades les resultaría muy complicado siquiera el identificarla.

Las estrellas fijas

Imagina que estás tumbado boca arriba sobre la hierba mullida observando la esfera de la «rueda» de estrellas fijas que tienes sobre tu cabeza. De hecho, su rotación alrededor de la Tierra es sólo aparente; en realidad, la rotación de la Tierra es lo que hace que den la sensación de moverse. De los muchos grupos de estrellas, o constelaciones, los antiguos eligieron doce como marcadores especiales. Estas doce constelaciones se convirtieron en los signos del Zodíaco .

El Zodíaco es la banda de estrellas que se extiende a 8° a ambos lados del recorrido aparente del Sol por el cielo. Este recorrido recibe el nombre de «eclíptica», y el Zodíaco es suficientemente ancho como para dar cabida a los recorridos del Sol, la Luna y todos los planetas. Es, por tanto, parte clave de la geometría de los cielos.

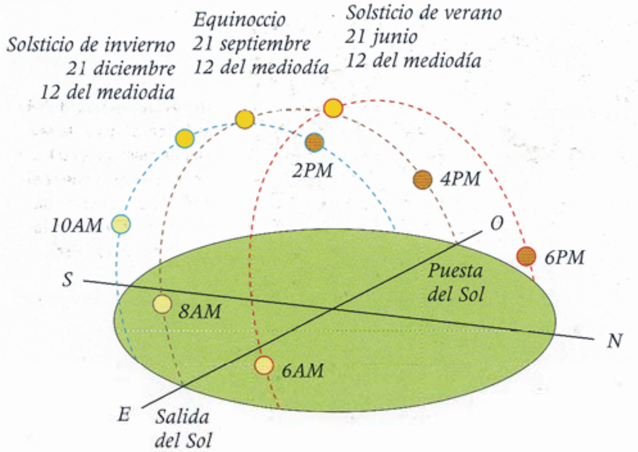
En el hemisferio norte, la Estrella Polar, a la que también se conoce como Polaris (véanse páginas 80-81), permanece siempre en el mismo punto del cielo. El resto de estrellas parecen «moverse» en círculos alrededor de ella una vez cada veinticuatro horas. La mayoría aparenta salir por el horizonte oriental y ponerse por el occidental, excepto aquellas que están muy próximas a la Polar, que recorren un círculo alrededor de ella sin desaparecer bajo el horizonte en ningún momento. Los antiguos imaginaban que las estrellas estaban fijas a la superficie interior de una gran esfera que giraba alrededor de la Tierra y pivotaba sobre la Estrella Polar, una imagen mucho más clara que cualquier descripción moderna.

Por supuesto, vemos a las estrellas moverse sólo una parte de su recorrido circular, pues durante el día la luz solar ahoga la luz estelar. Además, la parte de la cúpula estelar total que podemos ver depende del hemisferio en que nos encontremos.

Cualquiera que se haya tumbado boca arriba por la noche para contemplar las estrellas sabrá que sólo son fijas en un sentido: en su relación entre ellas. Toda la red de estrellas fijas gira a la vez, saliendo por un horizonte, cruzando el cielo nocturno y desapareciendo bajo el borde de la Tierra por el horizonte contrario. No es sólo el Sol el que sale y se pone.

El Sol

Si se preguntara al hombre moderno, éste contestaría sin pensar que el Sol sale por el este y se pone por el oeste. Sin embargo, esto sólo sucede dos días al año. El resto, la posición de salida del Sol parece migrar a lo



ARRIBA, IZQUIERDA. Recorrido del Sol en diferentes momentos del año en el que se muestra que, a lo largo de él, sale y se pone en puntos distintos del horizonte.

ARRIBA, DERECHA. Cielo nocturno con la luna llena ascendiendo por encima del horizonte.

largo del horizonte oriental. En el hemisferio norte, este punto se mueve desde el sudeste (en invierno) al nordeste (en verano), mientras que en el hemisferio sur es al revés. Del mismo modo, la posición del ocaso parece migrar a lo largo del horizonte desde el suroeste (en el invierno del hemisferio norte) hasta el noroeste (en verano).

El Sol alcanza su punto más septentrional (parece estar más cercano a la Estrella Polar) alrededor del 21 de junio en el hemisferio norte, cuando estamos en el signo zodiacal de Cáncer: ese día, a mediodía, está directamente encima del trópico de Cáncer, exactamente a 23,5° al norte del ecuador. Éste fue el dato que utilizó Eratóstenes para medir la circunferencia de la Tierra (véanse páginas 26-27), y también veremos su importancia cuando estudiemos la geometría de Stonehenge (véanse páginas 110-111), que está orientado al punto de salida del Sol en ese día.

Es el variable recorrido diario del Sol lo que causa las estaciones: hace más calor, y por tanto es verano, cuando se mueve más al norte; hace más frío, y es por ello invierno, cuando se retira hacia el sur. En el hemisferio sur, las estaciones son al contrario: verano cuando el Sol se mueve hacia el sur e invierno cuando lo hace hacia el norte.

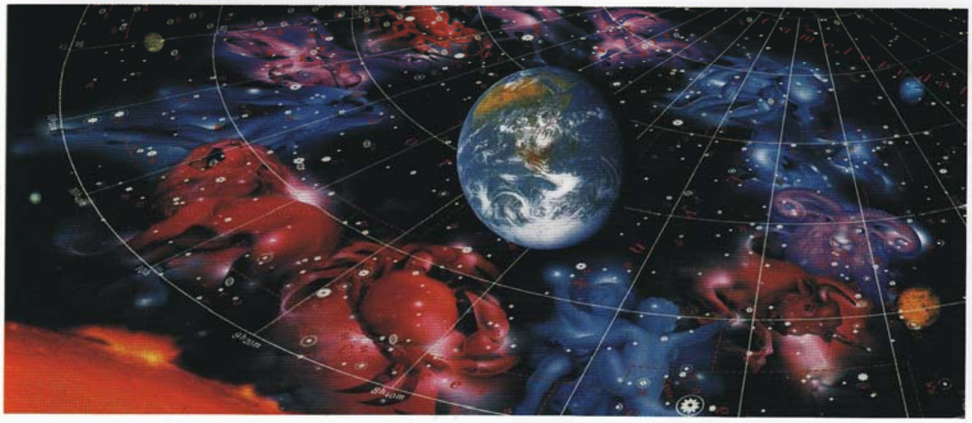
La Luna

Los antiguos también sabían que la Luna orbita alrededor de la Tierra una vez cada 29,531 días, con un plano orbital que posee una inclinación de 5° con respecto al plano de la órbita de la Tierra alrededor del Sol. La Luna parece efectuar una danza mucho más complicada que el Sol porque también gira alrededor de la Tierra, pero no por eso deja de salir y ponerse. Desde hace mucho tiempo, sus movimientos han sido muy importantes en la medición del tiempo (véanse páginas 84-85).

Los ciclos de la Luna afectan también a las mareas (algo muy importante para los pescadores y los marinos), a la siega (importante para los granjeros), a la magia (importante para los magos y los sacerdotes) y a los ciclos menstruales (importante para las mujeres; por tanto, para todos).

Puntos de observación

Fijar un punto sobre un objetivo móvil (las estrellas fijas) en medio del cielo resultaba difícil sin tubos de observación precisos que contaran con la calibración adecuada. Por eso, a los babilonios y a los egipcios les pareció mucho más sencillo señalar el punto y la hora en los que un cuerpo celeste concreto salía por encima del horizonte



IZQUIERDA. Representación artística, obra de Detlev van Ravenswaay, de las doce constelaciones del Zodíaco vistas como un cinturón fijo imaginario alrededor de la Tierra.

oriental o se ponía por el occidental. Estos puntos de observación constituyeron la base de la antigua astronomía (organización de las estrellas), la astrología (su interpretación), la magia (manipulación de las inteligencias existentes tras las estrellas) y la religión (veneración de los dioses asociados con ellas).

La geometría que determinaba y conectaba estos puntos de observación era celestial, por lo que se consideraba sagrada en un sentido muy real. Los babilonios fueron los primeros en medir y registrar las constelaciones, aunque este conocimiento lo poseyeron muy pronto tanto la civilización egipcia como la griega.

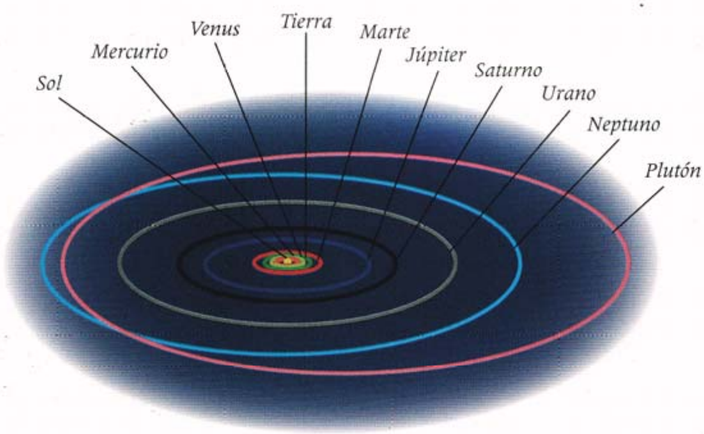
El mapa de las estrellas

Las estrellas fijas proporcionan una red en la que planear estos movimientos, y el Zodíaco, junto con un sistema de casas, evolucionó hasta convertirse en un mapa detallado muy importante para los astrólogos. Es interesante señalar que en un principio los astrólogos se ocupaban de los cambios generales de la estructura del patrón celeste que afectaban a todo el mundo, en lugar de interesarse en particular por la suerte de los individuos.

Sin embargo, como las estrellas fijas están rotando constantemente, a los antiguos les seguía pareciendo muy difícil realizar mediciones precisas, a menos que pudieran tomarlas en el mismo instante del mismo día de la misma estación, un objetivo claramente imposible. Por eso, agruparon las estrellas en constelaciones para describir las diferentes partes del firmamento, y a continuación dibujaron un mapa de las estrellas y los planetas en relación con ellas. Midieron las relaciones entre las estrellas en lugar de tomar una referencia posicional específica y en un momento concreto. Esto supuso una gran mejora al simple hecho de anotar las horas de salida y puesta sobre el horizonte.

En cada constelación registraron el número de estrellas visibles, aquellas que son especialmente brillantes (como Sirio) y su forma (por ejemplo, un toro o una flecha). En principio se trataba de un simple proceso de catalogación, pero más adelante introdujeron geometría esférica para unos registros más precisos. Ahora ya sí que se podía hablar de una geometría celeste en funcionamiento.

Era importante trazar mapas exactos, y por eso se dedicaron enormes esfuerzos a construir, en piedra imperecedera, estructuras alineadas astronómicamente. Vemos ejemplos de estas estructuras en el relativamente moderno Jantar Mantar, en Delhi; en las pirámides del antiguo Egipto (véanse páginas 117-119), y en el sistema de círculos de piedra y madera de la antigua Gran Bretaña y las líneas ley asociadas a



DERECHA. Recorrido de los planetas alrededor del Sol, sus posiciones relativas y sus órbitas elípticas.

ellos (véanse páginas 96-101), todos ellos relacionados con las posiciones de las estrellas.

Los planetas

Desde épocas muy primitivas, el hombre identificó los cuerpos celestes que se movían alrededor del cielo siguiendo recorridos complejos. Estas «estrellas errantes» eran los planetas, de los que los antiguos conocían cinco: Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno. Se mueven a través de las constelaciones del Zodíaco y, como la Tierra, siguen órbitas elípticas alrededor del Sol. Sin embargo, sus recorridos parecen complicados porque los observamos desde un planeta que también está en movimiento. En consecuencia, a veces parecen ir hacia atrás.

El gran avance de Copérnico

El monje astrónomo polaco Nicolás Copérnico (1473-1543) argumentó, en su obra *De revolutionibus orbium coelestium*, que los planetas y la Tierra orbitan alrededor del Sol. Esto suponía un avance importantísimo, pero Copérnico creyó que las órbitas de los planetas eran circulares, siguiendo las esferas de Ptolomeo, pues consideraba la esfera como una figura perfecta y, por ello, era la que tenía más probabilidades de haber sido elegida por Dios. Observaciones astronómicas exactas pronto empezaron a demostrar que esto no era estrictamente así.

Copérnico rompió con la cosmología medieval que convertía a la Tierra en el centro de todo. De sus siete postulados astronómicos, los dos más importantes son:

- «El centro de la Tierra no es el centro del mundo [universo], sino sólo de los cuerpos celestes [los cuatro elementos] y de la órbita lunar.»
- «Todos los movimientos que parecen pertenecer al firmamento no surgen de él, sino de [el movimiento de] la Tierra. Por tanto, la Tierra con sus elementos vecinos realiza una rotación completa alrededor de su polo fijo mientras que el firmamento [...] permanece inmóvil.»

Kepler muestra el camino

El pensamiento de Copérnico seguía ligado a los elementos y las órbitas de Aristóteles. Johannes Kepler (1571-1630), alumno de uno de los discípulos de Copérnico, estableció en 1609 que los recorridos de los planetas son elípticos. Sin embargo, incluso Kepler volvió a la geometría sagrada de los cinco sólidos platónicos (véanse páginas 54-55) para calcular las distancias entre las órbitas de los planetas.

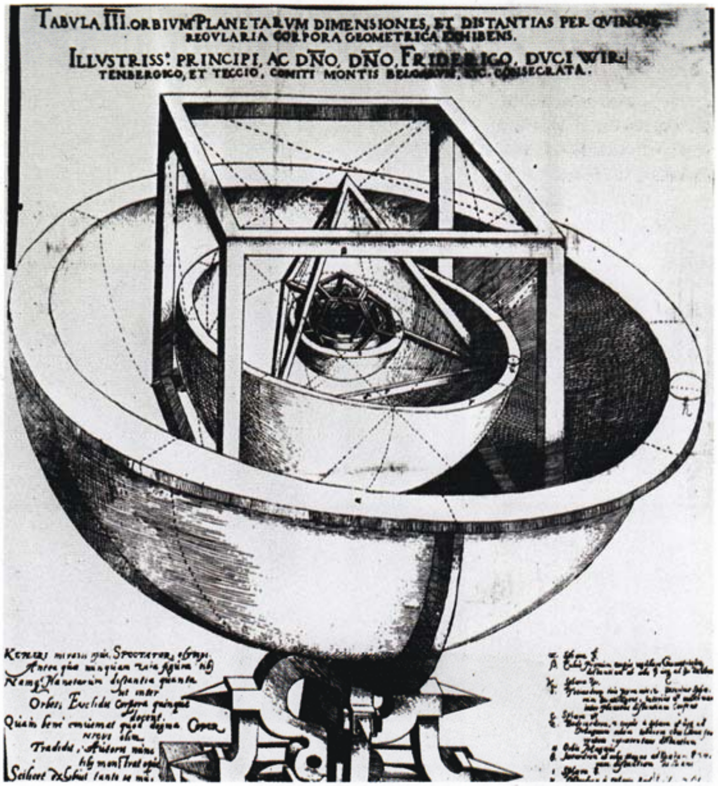
Más de 1.900 años después de que el

matemático griego Menaecmo (380-320 aC.) descubriera la elipse, Johannes Kepler se dio cuenta de que esta figura geométrica era la que mejor describía los movimientos de los planetas alrededor del Sol. Dibujó complicados diagramas de una sucesión de esferas que encerraban cada uno de los sólidos platónicos y, finalmente, la Tierra. Kepler podía de este modo encontrar una forma de reconciliar a Pitágoras con las últimas observaciones planetarias, y en cierto modo era una versión nueva de las viejas teorías en las que las órbitas se encerraban unas a otras. También revivió la teoría de la armonía de las esferas al asociar notas musicales a las órbitas planetarias (véanse páginas 22-23). Al Igual que Leonardo da Vinci, Kepler era un auténtico hombre del Renacimiento que deseaba que la geometría antigua siguiera ajustándose al esquema universal.

Las leyes de Kepler

En 1600, el astrónomo danés Tycho Brahe (1546-1601) invitó a Kepler a trabajar con él, en Praga, bajo las órdenes de Rodolfo II de Bohemia, cuya corte acogía al mayor grupo de astrónomos, astrólogos, alquimistas y magos de Europa, entre los que se encontraba el doctor John Dee (véanse páginas 93-95). Brahe proporcionó los datos que Kepler necesitaba para comprobar sus teorías. En su primera ley, Kepler muestra que un planeta se mueve en una órbita elíptica que tiene al Sol como uno de sus dos focos. La segunda ley muestra que una línea que una un planeta con el Sol barrerá áreas iguales en tiempos iguales a medida que el planeta vaya trazando su órbita.

Finalmente, en 1619 Kepler descubrió que sólo existe un número «mágico» que responda tanto al tamaño de la órbita como al tiempo que emplea. Su tercera ley afirma que el cuadrado del tiempo orbital de un planeta es proporcional al cubo de su distancia media del Sol:



ARRIBA. Kepler intentó utilizar los cinco sólidos perfectos de Platón, para determinar la separación entre las órbitas de los planetas, aplicando de verdad la geometría sagrada a la astronomía.

t^2/r^3 = constante de Kepler (en la que r = radio orbital medio, y t = tiempo de una vuelta alrededor del Sol en días).

Lo asombroso es que incluso los planetas exteriores descubiertos mucho después de la muerte de Kepler se alejan sólo un máximo del 0,24 por 100 (en el caso de Plutón) de este valor. Se pueden medir el periodo y el radio en cualquier unidad, siempre que se conserven las mismas para todo el cálculo.

Esta ley funciona en el caso de la Tierra y de los planetas exteriores. Una vez más obtenemos una confirmación de que las leyes que rigen el universo se reducen a la geometría simple (la elipse) y a la aritmética simple (la constante de Kepler).

Marcadores celestes significativos

Entre las miríadas de estrellas que pueblan el firmamento, los antiguos identificaron varias que emplearon como marcadores (la Estrella Polar, Sirio y el Carro) y las utilizaron para orientarse y medir el tiempo.

ARRIBA. **La precesión del Zodíaco significa que los últimos dos mil años (la era de Piscis) han dado paso a la era de Acuario.**

La Estrella Polar

En el hemisferio norte, la Estrella Polar ayudó a las personas de épocas pasadas a navegar de noche, mostrándoles la localización del norte celeste, el punto del cielo situado directamente sobre el eje de rotación de la Tierra (véase página 75). Sin embargo, a lo largo de un periodo de tiempo largo, la Tierra «se tambalea» mientras gira, como si fuera una peonza. Cada 26.000 años, la localización del norte celeste traza algo parecido a un círculo en el cielo, un proceso que llamamos «precesión». En la práctica, esto significa que la estrella que marca el polo cambia muy despacio durante este tiempo y pasa de ser una concreta a ser otra cercana.

Si dividimos los 26.000 años de la precesión de la Estrella Polar entre doce (los doce signos zodiacales), obtenemos un periodo de unos 2.166 años. Esto ha llevado a los astrólogos a dividir la precesión en doce «eras»; los últimos dos mil y pico años pertenecieron a la era de Piscis, y en la actualidad estamos presenciando el comienzo de la era de Acuario, muy anunciada por los *hippies* y los esotéricos. Esto también ha servido para explicar el auge y declive de determinadas religiones. Entre las trazas culturales de esta precesión encontramos el pez, como símbolo primitivo del cristianismo (era de Piscis), y el carnero, como símbolo de la era de Aries anterior al nacimiento de Cristo.

La precesión hace que podamos fechar edificios y acontecimientos históricos identificando qué estrella marcaba el norte para las culturas de esa época. El astrónomo británico sir John Herschel sugirió esta posibilidad a mediados del siglo XIX, y Robert Bauval la desarrolló en su libro *El misterio de Orión*, publicado en 1994 y relacionado con las pirámides.

En un artículo publicado en *Nature* el año 2000, la doctora Kate Spence, una egiptóloga de la facultad de Estudios Orientales de la Universidad de Cambridge, en Inglaterra, intentó quitarle protagonismo al fijar la fecha exacta del comienzo de la construcción de la Gran Pirámide de Keops en el año 2480 aC., unos setenta y cinco años más tarde de lo que se pensaba anteriormente.

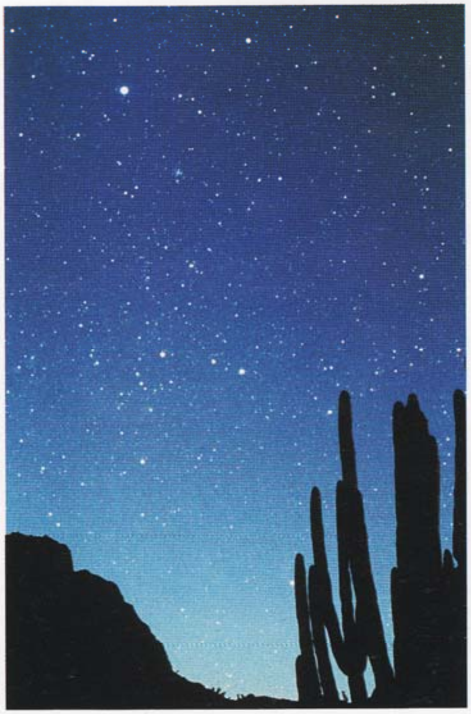
Hoy en día, el polo norte celeste está marcado por Polaris, a la que técnicamente se denomina α-Ursae Minoris. Según la doctora Spence, en la época de la construcción de la Gran Pirámide la estrella que marcaba el polo pertenecía a la misma constelación y era compartida entre ζ-Ursae Minoris y β-Ursae Minoris. Su aparente alineamiento permitió la asignación de una fecha específica para la fundación de la Gran Pirámide.

Sirio

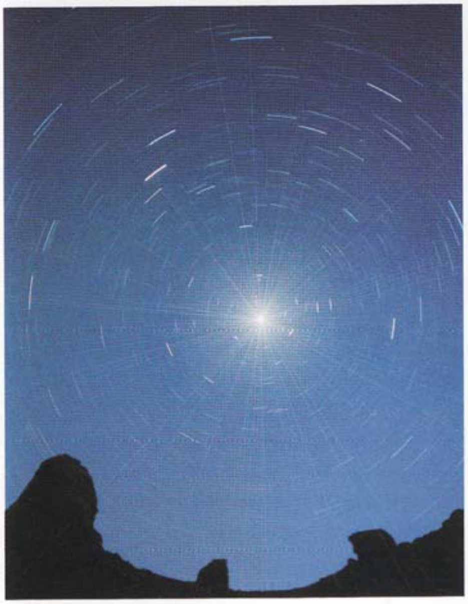
Sirio (o α-Canis Majoris) es, sin lugar a dudas, la estrella más brillante del firmamento y una de las más cercanas a la Tierra. También se la conoce como «estrella del Perro» por la constelación a la que pertenece (el Can Mayor), y fue especialmente significativa para los antiguos egipcios porque su ascensión heliacal anunciaba la inundación del Nilo y el comienzo del año. Como mencionamos anteriormente, las estrellas se localizan con más facilidad cuando salen y se ponen sobre los horizontes oriental y occidental, respectivamente. El término «heliacal» hace referencia a la aparición de la estrella en los minutos anteriores al amanecer, antes de que el Sol (Helios) salga y oscurezca la luz de las estrellas.

El Carro

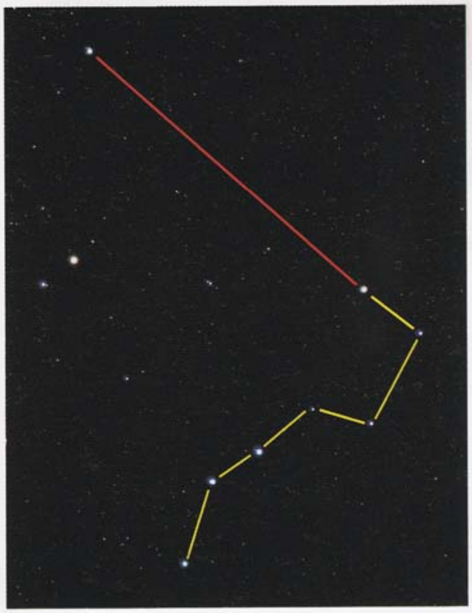
Esta constelación, cuyo nombre auténtico es «Osa Mayor», está cerca de la Estrella Polar y la señala. Siempre está visible en el cielo del hemisferio norte y no se pone nunca, sino que gira alrededor de la Polar como si se tratara de la aguja de un gran reloj. Su recorrido rotatorio puede emplearse para averiguar la hora por la noche o la estación del año. Los antiguos chinos veneraban esta constelación como guardiana del tiempo e indicadora del polo, como la casa de las nueve estrellas voladoras del feng shui clásico y dios oscuro del norte.



IZQUIERDA. **La ascensión heliacal tiene lugar cuando una estrella se eleva sobre el horizonte unos momentos antes del amanecer.**



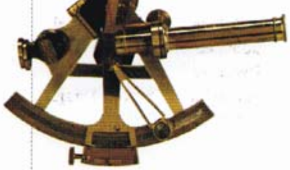
IZQUIERDA. **La Estrella Polar marca el punto del firmamento septentrional alrededor del cual el resto de estrellas fijas parecen rotar.**



DERECHA. **La importancia de la constelación del Carro (en amarillo) estriba en que actúa como un gran medidor del tiempo al girar alrededor de la Estrella Polar sin dejar de apuntar hacia ella (véase línea roja).**

El trazado de los mapas del mundo

La cartografía, o trazado de los mapas, depende de la geometría esférica y proyectiva para salvar el problema aparentemente insoluble de transferir con exactitud una forma esférica sobre una representación plana.



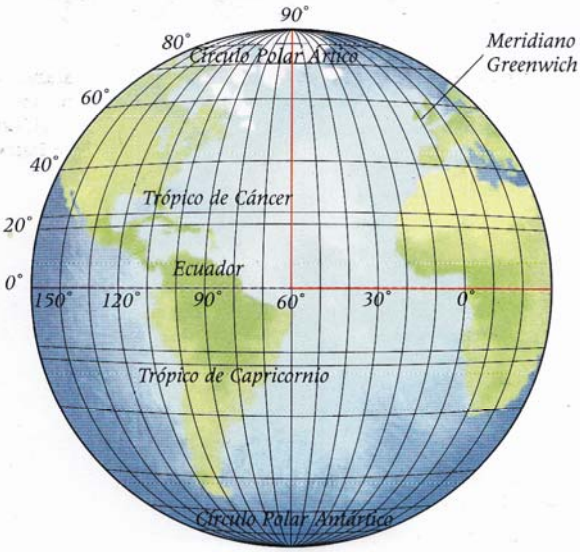
ARRIBA. Sextante de bronce empleado por los marinos para fijar la altitud de un cuerpo celeste (el Sol, la Luna o una estrella) sobre el horizonte.

Latitudes y longitudes

Abraham Ortelius (1527-1598) y Gerard Mercator (1512-1594) fueron dos de los primeros cartógrafos científicos del siglo XVI. Consultaron con matemáticos como John Dee (véanse páginas 93-95) para que les ayudara a solucionar problemas concretos. Para lograr transferir una esfera a una superficie plana, dividieron la Tierra verticalmente mediante líneas denominadas «meridianos de longitud» y horizontalmente mediante otras líneas llamadas «paralelos de latitud». Esto significó encerrar cada parte de la superficie del planeta en un cuadrado ligeramente deformado que podía ser reproducido sobre el papel. Cuanto menor fuera el cuadrado, más exacta sería la reproducción.

Los paralelos de latitud son, como su propio nombre indica, paralelos unos a otros; sencillamente, se van haciendo más cortos a medida que se acercan a los polos. La latitud se mide desde los 0° en el ecuador a los 90° en los polos, utilizando un ángulo recto imaginario en el centro de la Tierra. Así, los navegantes empleaban un sextante y las estrellas para determinar fácilmente el paralelo en el que se encontraba su barco.

Sin embargo, las líneas de longitud convergen en los polos norte y sur, y se acercan unas a otras al hacerlo. Esto hace que la longitud resulte mucho más difícil de medir. La cuestión de qué distancia se había navegado alrededor de la Tierra era de suma importancia para los navegantes, y se ofrecieron muchos premios para su resolución (una historia bien documentada en la obra de Dava Sobel *Longitud*). Como la Tierra es una esfera, es evidente que existen 360° posibles de longitud o 180° hacia el oeste y 180° hacia el este de la longitud cero. El problema estaba en dónde fijar la posición 0° de longitud.



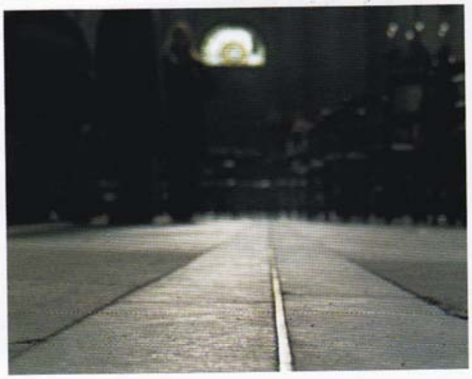
ABAJO. Trama aplicada sobre el globo. Las principales líneas longitudinales tienen nombre propio, mientras que sólo un meridiano lo tiene, 0° Greenwich.

El primer meridiano

Se hicieron varias sugerencias para ubicar el primer meridiano, entre las que se encontraba la longitud de Jerusalén, lo que hubiera agradado a los astrónomos, cartógrafos y geómetras cristianos, judíos y musulmanes. Lo cierto es que no existía un equivalente lógico con el ecuador, la posición 0° de latitud.

Al final, la decisión se tomó por razones políticas. Los británicos propusieron Londres (o, para ser más exactos, Greenwich, que en la actualidad es un suburbio de esa ciudad), los franceses propusieron París y los norteamericanos, naturalmente, Washington (yo poseo una vieja enciclopedia en la que los mapas están trazados con referencia a este efímero meridiano de Washington como primer meridiano).

En 1884, en la Conferencia Internacional sobre Meridianos celebrada en Washington, el de Greenwich fue adoptado como primer meridiano del mundo. Algunos cartógrafos franceses siguen hoy en día indicando el meridiano de París (véase abajo) en algunos mapas. Finalmente, los franceses aceptaron el meridiano de Greenwich en 1911 (1914 para la navegación).



IZQUIERDA. La Línea Rosa del suelo de San Sulpicio, en París, no es un meridiano; ni siquiera se trata del viejo meridiano de París.

El meridiano de París

En 1666, Luis XIV autorizó la construcción de un observatorio astronómico en París para medir la longitud. A principios del siglo XIX, el astrónomo François Arago (1786-1853) volvió a calcular el meridiano de esta ciudad. Su nombre aparece en las ciento treinta y cinco placas que marcan su recorrido.

La línea de San Sulpicio, a la que Dan Brown ha hecho famosa, está situada a unos cien metros del meridiano real, que pasa a través del centro del Louvre y su pirámide invertida. La línea de San Sulpicio no es más que un gnomon, una línea de sombra colocada en la iglesia por el relojero inglés Henry Sully, en 1727, para permitir al sacerdote determinar con precisión el solsticio de verano, con lo que podía calcular el día correcto de la celebración de la Pascua.

De hecho, San Sulpicio fue el foco de varios movimientos católicos ocultistas a finales del siglo XIX y el centro de la novela ocultista de Joris Kart Huysmans *Là-bas*. Allí fue también donde el auténtico Saunière, el sacerdote, acudió en busca de ayuda para descifrar los pergaminos que había encontrado en su iglesia de Rennes-le-Château, en Francia. Por todas estas razones, más que por su Línea Rosa, que Dan Brown interpretó como meridiano de París, es justamente famosa la iglesia de San Sulpicio.

ARRIBA. Marcador de la línea del meridiano 0° en el Real Observatorio de Greenwich, Londres.

En su libro *El enigma sagrado*, Henry Lincoln argumenta de forma poco convincente que cerca de Rennes-le-Château existen diversas estructuras antiguas alineadas según el meridiano de París. Entre ellas se cuentan iglesias medievales construidas mucho antes de que aquél fuera no sólo establecido, sino incluso imaginado. El meridiano pasa bastante al oeste del sitio donde está ubicada la llamada «tumba Poussin», un punto importante de la leyenda de Rennes-le-Château (véanse páginas 150-151).

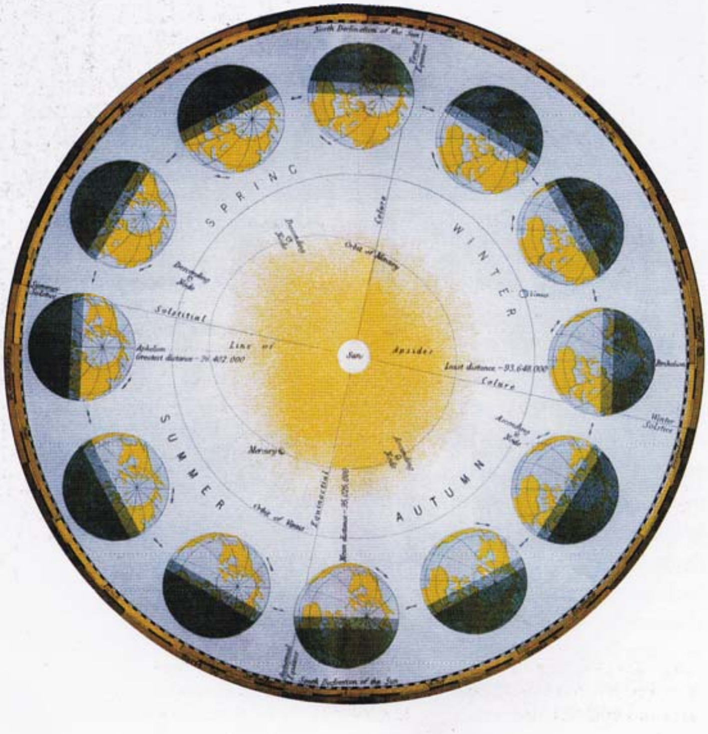
La medición del tiempo mediante el Sol y la Luna

El tiempo siempre se ha medido según el movimiento de cuerpos celestes, en especial el Sol y la Luna, en relación con la Tierra. Desde que se inventaron los relojes nos hemos vuelto menos conscientes de ello.

Las unidades solares de tiempo básicas son el día (un giro de la Tierra alrededor de su eje) y el año (un giro de la Tierra alrededor de Sol). La unidad lunar de tiempo básica es el periodo que transcurre desde una luna nueva a la siguiente.

En las culturas occidentales, que confían en material tabulado como los calendarios, es raro que la gente considere a la Luna como un medio de averiguar el día del mes. En aquellas culturas en las que se utilizan calendarios lunares funcionales, a menudo la gente sale de sus casas para comprobar la fase de la Luna y determinar sus actividades, como cuándo plantar, orar o romper el ayuno.

ABAJO. Órbita estilizada de la Tierra alrededor del Sol, en la que se muestran las diferentes estaciones.



Calendarios: la conversión de los meses en un año

Existen diversas maneras de medir un ciclo lunar. Siempre se ha considerado que una «luna» tiene aproximadamente veintinueve días y medio. De hecho, el mes solar medio es de 29,531 días solares, lo que se conoce como mes lunar sinódico. Sin embargo el mes lunar, conocido como periodo sidéreo (que se mide por las estrellas), es de 27,32 días. A veces, estos dos periodos se confunden.

Usemos el mes lunar sinódico de 29,531 días. Doce de estos meses hacen un total de 354,372 días, no los 365,256 del año solar. De aquí surge uno de los mayores problemas de calendario del mundo antiguo y también del moderno. Los romanos intentaron solucionarlo estirando los meses en longitudes diversas, produciendo unos de treinta y otros de treinta y un días, con lo que llenaban el año pero se separaban sin remedio de las fases de la Luna.

Los chinos y los árabes solucionaron el problema manteniendo los meses según las fases observables de la Luna e intercalando un mes extraordinario de vez en cuando para mantener los meses lunares más o menos de acuerdo con los años sin reconciliar los periodos de tiempo medidos por el Sol y la Luna.

Han sido los chinos, quizá, los que han dado con la solución más práctica, al emplear dos calendarios separados que funcionan en conjunto: un calendario solar para medir los cambios en la agricultura, las estaciones y el feng shui, y un calendario lunar que rige los asuntos mágicos, rituales y religiosos.

El premio al calendario más lógico debe ser para el de los antiguos egipcios, cuyo año empezaba con la ascensión heliacal de Sirio (el día de la primera aparición de Sirio al amanecer junto con Helios, el Sol) y tenía doce meses de treinta días exactos, lo que sumaba 360 días, más cinco de vacaciones para completar el año de 365 días.

El ciclo metónico

Astronómicamente, el problema reside en que los giros de la Luna alrededor de la Tierra no tienen relación aritmética con los giros de la Tierra alrededor del Sol. Los antiguos griegos casi solucionaron el problema al sugerir un ciclo metónico de diecinueve años durante el cual el Sol y la Luna se alcancen, antes de empezar con otro ciclo de diecinueve años. La fórmula aritmética es la siguiente:

19 años × 365,256 días = 6.939,86 días.
235 meses lunares sinódicos
de 29,531 días = 6.939,78 días.

Muy aproximado, pero todavía inadecuado para medir periodos de tiempo muy largos. La historia de los ajustes que el hombre ha tenido que hacer para forzar que dos números inconmensurables entraran en el mismo calendario es muy compleja. Baste decir que la geometría de las revoluciones de estos dos cuerpos celestes está en el origen de todos los problemas de cálculo del tiempo.

ARRIBA. Grabado del astrónomo Johann Adam Schall von Bell (1591-1666) en el que se le muestra utilizando métodos occidentales para determinar el tiempo en el Observatorio Imperial de Pekín. *(Athanasius Kircher, 1668.)*

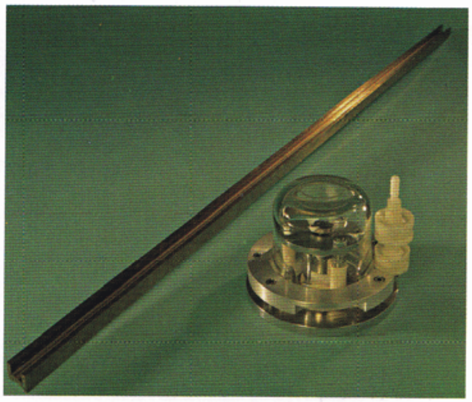
La conexión escondida entre el tiempo y la longitud

Las unidades de medida, ya sean de tiempo o de longitud, pueden derivarse de la naturaleza, la astronomía o cualquier otro patrón. Los mejores y aquellos que más éxito han tenido son los que pueden repetirse y observarse con facilidad.

Unidades de medida

Algunos de los métodos más notables de establecer unidades de medida son:

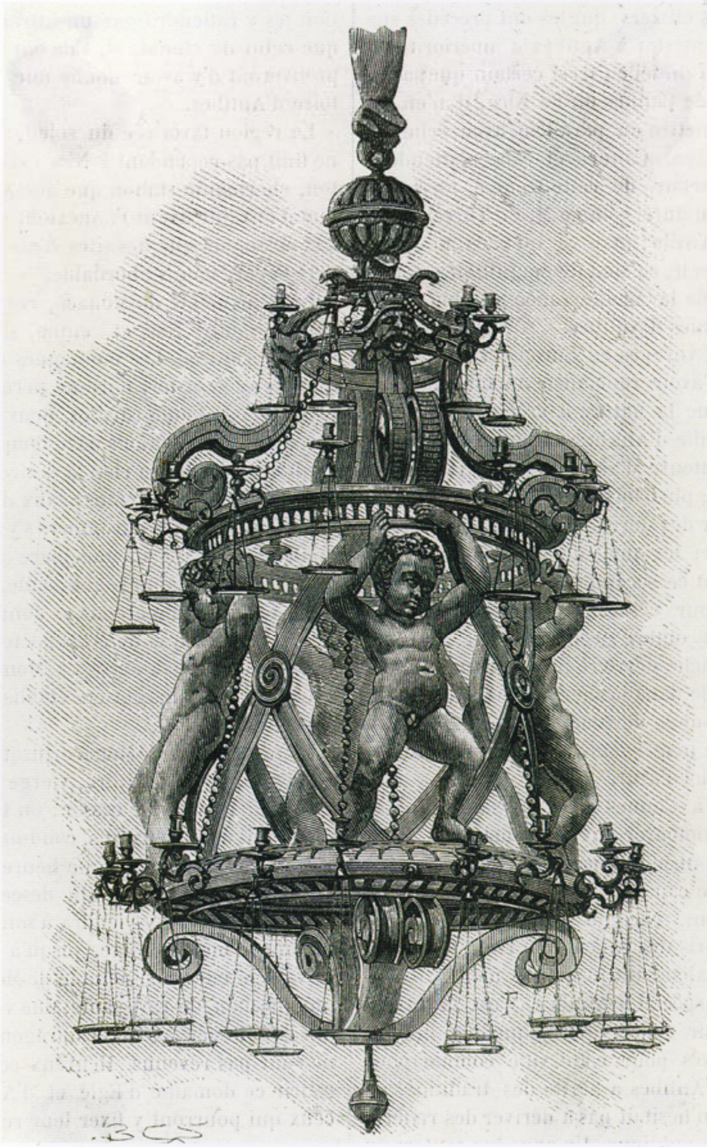
• *De fuentes naturales:* entre los ejemplos se incluyen el tamaño del grano de cebada (el *kush,* una unidad babilónica de volumen) y la longitud del antebrazo (el codo); éstas pueden variar considerablemente de tamaño.
• *De la observación astronómica:* la rotación de la Tierra alrededor de su eje (el día) o la rotación de la Tierra alrededor del Sol (el año).
• *De algún otro modelo:* la circunferencia de la Tierra (véanse páginas 26-27). En realidad, esta medición es un dato calculado de forma hipotética más que de una medida física, incluso hoy en día. Es también muy difícil de reproducir. Inspirados por la afirmación de Aristóteles de que la circunferencia de la Tierra era de 400.000 estadios, entre los miembros de la Academia de las Ciencias francesa del siglo XVII se convirtió en artículo de fe que las antiguas medidas lineales derivaban todas de fracciones de la circunferencia terrestre, y que ellos, por tanto, debían hacer lo mismo.
• *De un patrón establecido:* por ejemplo, la barra de platino-iridio que se emplea para el metro. Sin embargo, la barra patrón sólo puede guardarse en una única localización oficial.
• *Del movimiento de un péndulo,* que es tanto medida de tiempo como de longitud. Galileo realizó la extraordinaria observación, contraria a la intuición, de que péndulos de la misma longitud *siempre* emplearán el mismo tiempo en ejecutar un movimiento (con independencia de su peso, de la fuerza que se les aplique o de la geometría de su arco). Esta conexión escondida entre el tiempo y la longitud es fácil de medir y simple de repetir en cualquier lugar; de hecho, tiene todos los atributos para ser considerado un patrón internacional adecuado.



DERECHA. Barra de platino-iridio, creada por el gobierno francés, como patrón para definir con precisión la longitud del metro. Junto a ella está la medida patrón del kilogramo.

Regularización de las unidades

A principios del siglo XIII, las autoridades inglesas establecieron una larga lista de definiciones de medidas que debían ser empleadas por todo el país. Esta regulación, que tuvo un éxito impresionante, duró casi seiscientos años, a pesar de contar con un



desconcertante conjunto de extrañas subdivisiones, en especial para las longitudes, que finalmente dejaron de emplearse a mediados del siglo XX.

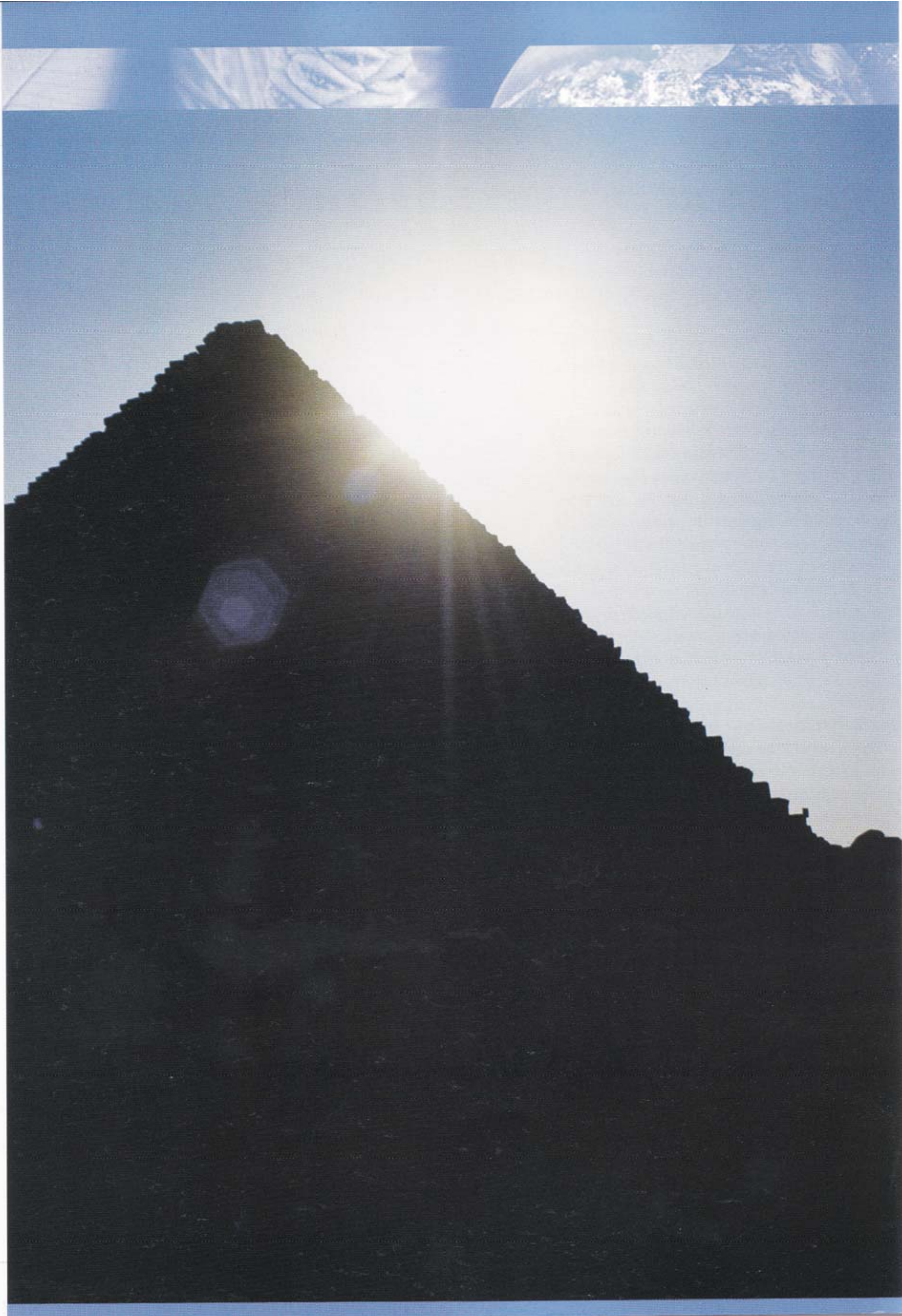
El arquitecto y matemático sir Christopher Wren (véanse páginas 136-137), que estaba muy al tanto de la geometría sagrada, propuso un nuevo sistema basado en la yarda, que definió como la longitud del movimiento de un péndulo a razón de una oscilación por segundo. Se aplicó el péndulo como mecanismo físico de medición del tiempo en los relojes a principios de 1656, aunque Galileo ya había sugerido su utilización en 1582.

En Francia no existió ninguna regularización. De hecho, los franceses tenían aproximadamente ochocientos nombres diferentes de medidas y, si tenemos en cuenta los diferentes valores que éstas tenían en los distintos pueblos, alrededor de 250.000 unidades de diverso tamaño.

En un intento de solucionar este desbarajuste, Charles de Talleyrand presentó una sugerencia ante la Asamblea Nacional, en marzo de 1790, para que se adoptara un nuevo sistema de medidas basado en una longitud de la naturaleza. El sistema debía tener subdivisiones decimales, y todas las medidas de superficie, volumen y peso deberían estar relacionadas con la unidad fundamental de longitud. Como Wren, sugirió que la longitud básica debía ser la de un péndulo que se moviera a razón de una oscilación por segundo. Esto tenía una gran importancia porque aquí, de una sola vez, se daba un patrón tanto para la longitud como para el tiempo. La propuesta fue aceptada.

Sin embargo, poco después se rechazó y la oportunidad de establecer un patrón realmente internacional se perdió. Con el tiempo, los franceses adoptaron el metro, que se basó en un cálculo erróneo de la circunferencia de la Tierra. Gran Bretaña y Alemania eran contrarias a él y prefirieron un patrón basado en el péndulo, por lo que siguieron sus propios caminos.

ARRIBA. Observando el balanceo de esta lámpara de la catedral de Santa María, en Pisa, Galileo observó que el tiempo que dura la oscilación de un péndulo está relacionado con su longitud.



PARTE 3

LA GEOMETRÍA DEL MUNDO FABRICADA POR EL HOMBRE

A lo largo de miles de años, los arquitectos de estructuras sagradas, tales como círculos megalíticos, pirámides egipcias y templos griegos, han intentado utilizar dimensiones especiales en su diseño. Estas dimensiones son números enteros, que se pueden construir geométricamente, o cifras numéricamente significativas o simbólicas. Los templos, con independencia del dios o los dioses a que fuesen dedicados, eran concebidos como puente entre el hombre y las deidades.

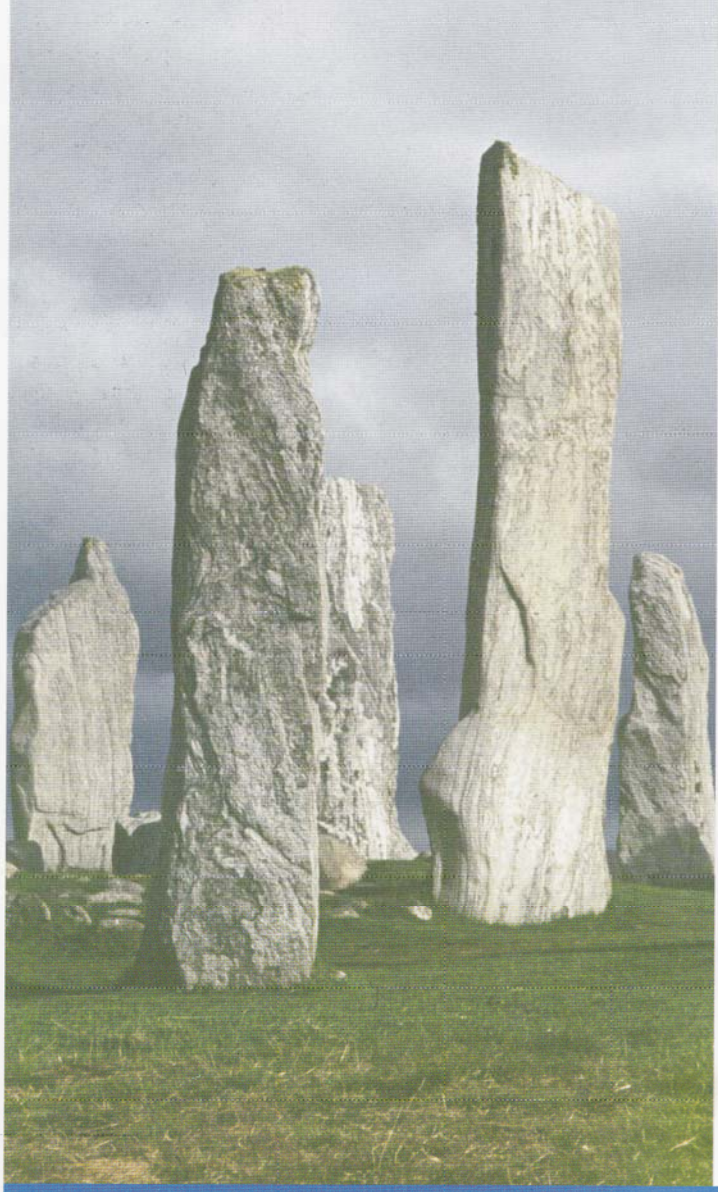
La geometría y los números clave no son los mismos en una catedral gótica que en un templo griego, pero la intención de los que los diseñaron era idéntica. Algunas de las leyes de armonía empleadas, como las que se incorporaron a las catedrales góticas, eran dimensiones derivadas de fuentes bíblicas. El propósito específico de las proporciones era el de acercar a Dios a los seres humanos. Las catedrales como las de Milán, Chartres y San Pablo, en Londres, fueron construidas con medidas geométricas y números significativos.

En arte, la geometría de la perspectiva produjo grandes pinturas renacentistas, en las que la estructura del cuadro está tan cuidadosamente planificada como la de un edificio. En el último siglo, la construcción de edificios armónicos ha pasado, en parte, del ámbito sagrado al secular.

IZQUIERDA. El principal cálculo que realizaron los antiguos egipcios para las pirámides fue el del *seked*, la medida de la inclinación de cualquiera de las cuatro caras triangulares de una pirámide.

CAPÍTULO 5

LA GEOMETRÍA SAGRADA Y PAISAJE



Los antiguos monumentos megalíticos, como Stonehenge, muestran cómo tanto la geometría de los cielos como las unidades sagradas de medición se han aplicado a la construcción de algunos de los templos más impresionantes que ha levantado el hombre.

Este capítulo estudia cómo los sistemas ley unen muchas fortalezas, templos y asentamientos megalíticos mediante alineamientos rectos exactos. El estudio de la relación entre la arqueología de estos emplazamientos antiguos y las observaciones astronómicas que presentan ha generado una ciencia totalmente nueva: la astroarqueología.

Examinaremos la cambiante concepción popular de los emplazamientos megalíticos, de los que existen miles repartidos por toda Europa. Al principio, los granjeros los consideraban un estorbo; los románticos los vieron como templos druídicos, y en tiempos modernos algunos los consideran sofisticados observatorios e incluso presagios de fenómenos celestiales.

El doctor John Dee, uno de los primeros en apoyar la restauración de los monumentos megalíticos, fue también una figura crucial al traducir los textos de Euclides al inglés y promover el estudio geométrico de la óptica, que ayudó a desarrollar la representación artística de la perspectiva. Por último, estudiaremos la geometría de los círculos de los sembrados, cuya complejidad a finales del siglo XX es paralela a la labor de los matemáticos universitarios.

Geometría para dibujar espacios sagrados

Un espacio es sagrado cuando la geometría de su diseño está basada en proporciones que son bien números enteros, o bien especiales, como la proporción áurea. Un espacio sagrado tiene una apariencia armoniosa y ofrece esta sensación, pero también posee una cualidad objetiva, que puede medirse y que lo hace adecuado para ser un templo.

Los antiguos egipcios y griegos no albergaban ninguna duda en el hecho de que, al construir un templo, las medidas tenían que ser consistentes unas con otras; a menudo se trataba de medidas en números redondos, como cien pasos griegos, o submúltiplos regulares de nueve. También era muy importante el volumen del espacio encerrado en él.

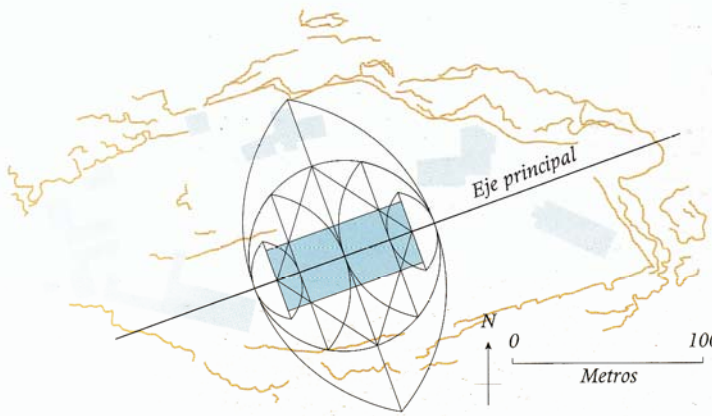
Los escritos del romano Vitruvio, que contenían estas tradiciones constructivas, influyeron en el auge renacentista de la construcción. A su vez, estas ideas fueron transmitidas por arquitectos como Paladio, que inspiraron a toda una generación de arquitectos ingleses que produjo edificios preciosos como Chiswick House.

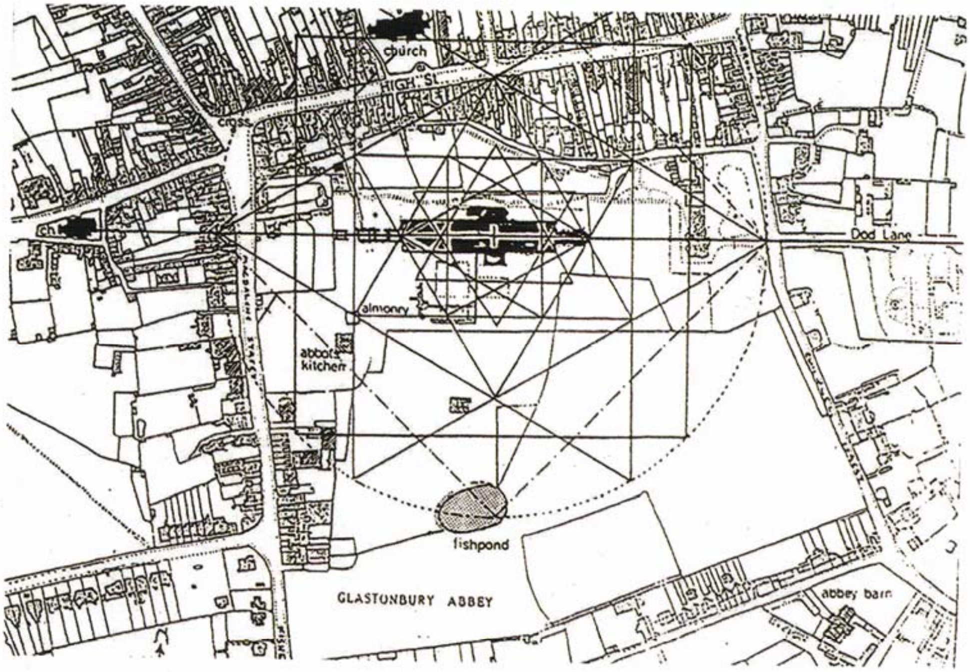
Geometría libre

El estudio de la geometría sagrada ha fomentado algunas teorías y ha atraído a teóricos bastante extraños. Como Mario Livio señala en *La sección áurea*, se pueden dibujar todo tipo de figuras geométricas en cualquier lugar o mapa, pero si los vértices principales de éstas no caen en puntos físicos reales, intersecciones o esquinas, las conclusiones que se pueden sacar de ellas son, en el mejor de los casos, arbitrarias, y en el peor, una absoluta tontería. Este tipo de «geometría libre» es muy popular en muchos libros de la Nueva Era sobre geometría sagrada.

La geometría libre es aquella en la que se ha utilizado una creatividad desenfrenada para producir construcciones geométricas con muy poca o ninguna relación con la estructura subyacente. Saltan a la mente tres ejemplos de geometría libre.

ABAJO. Construcción que superpone una serie de *vesica piscis,* no relacionados y libres, sobre la estructura rectangular básica del Partenón.





DERECHA. Ejemplo de interpretación geométrica libre, en la que sólo el eje principal que atraviesa la abadía de Glastonbury y Dod Lane se relaciona de forma directa con la arquitectura.

En primer lugar, el análisis geométrico del emplazamiento de la abadía de Glastonbury realizado por un autor muy prolífico; en esta construcción, la línea que parte desde Dod Lane y atraviesa el centro de la abadía para llegar hasta otra iglesia es, obviamente, un eje válido (y habría sido deliberado), pero todos los demás vértices principales caen en puntos de muy poca o ninguna importancia. Por ejemplo, uno de ellos queda en el borde interior de un estanque, y dos figuran en casas particulares: uno en Magdalene Street y otro en mitad de un prado. Ninguno de éstos han sido puntos significativos.

El segundo ejemplo es una elaborada construcción de líneas y curvas que producen un *vesica piscis* (véanse páginas 130-131) y otras figuras (muchas de ellas con sus vértices muy fuera de la estructura), y que fue diseñada alrededor del Partenón (véase página 91). La mayoría de los puntos de la construcción están en el aire, más allá de la plataforma sobre la que se construyó el Partenón, por lo que no pudieron ser empleados por el arquitecto original.

El tercero sería el análisis geométrico realizado por Lucie Lamy sobre un plano del Osirion, un templo mortuorio rectangular regular descubierto por Flinders Petrie en Abydos, Egipto. La geometría es, sencillamente, la de un salón rectangular con diez pilares cuadrados, pero sobre él se ha proyectado una construcción de seis pentágonos inscritos en seis círculos que disminuyen en forma de cuña. De los casi cuarenta puntos marcados, sólo dos coinciden con una pared y otros dos con un pilar. El resto de la geometría no tiene ninguna conexión con la estructura que pretende interpretar. No existe forma alguna de que el arquitecto original pudiera utilizar esta fantástica construcción para planear o construir el Osirion.

John Dee: un hombre del Renacimiento

ARRIBA. John Dee sosteniendo en la mano un compás y una bola del mundo que demuestran su prolongado interés por la geometría y la topografía.

El inglés John Dee fue un hombre tan renacentista que su experiencia cubría muchos campos; fue matemático, geómetra, estudioso del mundo griego, anticuario, espía y hechicero. También estuvo relacionado con la primera traducción al inglés de la geometría de Euclides.

Euclides en inglés

John Dee (1527-1608) aprendió latín y griego con gran rapidez y se convirtió en profesor de griego, en el Trinity College de Cambridge, en 1546. Su fascinación por la geometría le llevó a apremiar a sir Henry Billingsley para que terminara la primera traducción al inglés del texto griego de los *Elementos*, de Euclides, en el año 1570, una obra a la que él mismo añadió un voluminoso prefacio. El monumental volumen constaba de 928 páginas e incluía todos los comentarios importantes que se habían realizado sobre Euclides, desde Proclo hasta el propio Dee. Presentaba la geometría griega al público lector inglés por primera vez. En el prefacio, Dee sostiene que estas artes están basadas en la naturaleza y son por tanto sagradas, no inventos arbitrarios del hombre.

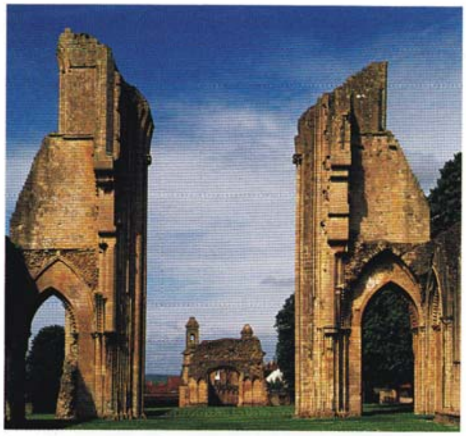
ABAJO. Syon House, a orillas del Támesis, en las afueras de Londres, un antiguo convento de monjas antes de la Disolución de Enrique VIII y hogar del amigo de John Dee, el «conde brujo» Henry Percy.

La conservación de la antigüedad

Durante la disolución de los monasterios ingleses y galeses llevada a cabo por Enrique VIII entre 1536 y 1540, algunas de las bibliotecas de manuscritos fueron destruidas y muchas piedras de estos edificios, saqueadas. En enero de 1556, la pasión de John Dee por conservar los antiguos monumentos de Inglaterra le empujó a escribir una petición a la reina María I solicitándole que diera un paso al frente y proporcionara fondos para la conservación de los monumentos antiguos y los manuscritos que habían sido «liberados» de los monasterios. John Dee también era consciente de que los más antiguos menhires de la Inglaterra precristiana (como Stonehenge) también estaban desapareciendo del paisaje como consecuencia de actos de destrucción piadosa llevados a cabo por clérigos fanáticos armados con martillos.

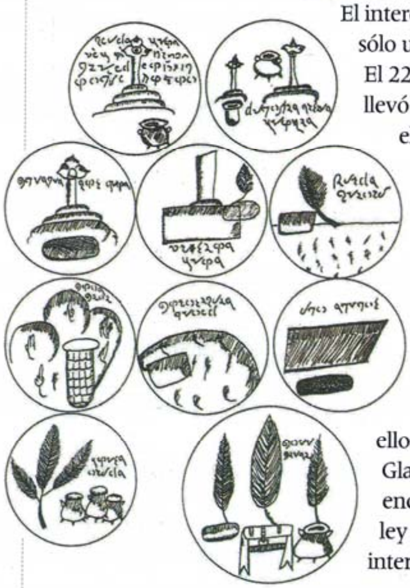
Gracias a sus frecuentes viajes entre Londres y Worcester, Dee y su médium, Edward Kelley (que veía espíritus en el cristal), conocieron muchos de los monumentos megalíticos del sur de Inglaterra: menhires, antiguos círculos de piedra, túmulos y asentamientos de la Edad del Hierro. En particular, conocían perfectamente Old Sarum (véanse páginas 106-109) y Stonehenge (véanse páginas 110-111).

Dee también conocía perfectamente Glastonbury y las leyendas artúricas que lo rodean, pues había intentado establecer la genealogía de la reina Isabel I (así como la suya propia) de forma que se remontara al rey Arturo. En 1586, su amigo William Camden



DERECHA. Abadía de Glastonbury, uno de los focos del interés de John Dee por los monumentos antiguos y cuyo abad, San Dunstan, escribió los manuscritos de alquimia descubiertos por Edward Kelley, el médium de Dee.

(1551-1623) publicó su importantísima obra *Britannia*, un estudio topográfico e histórico de las Islas Británicas. La intención expresa de Camden era «restaurar la antigüedad a Gran Bretaña y Gran Bretaña a su antigüedad». Se trata de una labor de conjunto, un estudio que relaciona entre sí el paisaje, la geografía, las antigüedades y la historia.



ABAJO. Mapa del tesoro que Kelley llevó a Dee para que lo descifrara y que muestra diez emplazamientos antiguos en los alrededores de Worcester y Glastonbury.

Un tesoro escondido

El interés de Dee por las antigüedades no era sólo una cuestión puramente académica. El 22 de marzo de 1583, Edward Kelley le llevó un «mapa del tesoro» (izquierda) en el que se veían dibujos de diez monumentos antiguos con sus nombres en código. Al cabo de unas pocas semanas, Dee consiguió averiguar la clave y emprendió, junto con Kelley, un intento de recuperar algunos de los tesoros. Cuatro de los sitios eran viejas cruces de piedra y otro era una fortaleza de la Edad del Hierro, todos ellos situados en los alrededores de Glastonbury. Estos emplazamientos se encuentran muy a menudo sobre líneas ley (véanse páginas 96-101) y resulta interesante imaginar que la lista de Dee pudo haber identificado puntos clave en una o más de estas líneas.

Se dice que en Hewitt Cross, cerca de Northwick, al sur de Gloucestershire, Kelley encontró un «polvo rojo» que más tarde utilizó con Dee para hacer oro, en circunstancias claramente atestiguadas, en uno de los castillos del conde Rosenberg, cerca de Trebona.

«Mediante dirección espiritual» (en otras palabras, guiado por una criatura espiritual)

El Zodíaco de Glastonbury

El llamado «Zodíaco de Glastonbury» se cita a menudo como ejemplo de geometría sagrada, y algunas personas afirman que John Dee fue el primero en considerarlo así. Sin embargo, a pesar de una supuesta cita en la biografía de Richard Deacon, Dee no propone la teoría (defendida más adelante por Kathryn Maltwood en 1929) de que, en un radio de dieciséis kilómetros alrededor de Glastonbury, esté marcada la silueta de un Zodíaco.

La interpretación de líneas arbitrarias sobre un mapa realizada por Kathryn Maltwood es más la obra de una artista, cuya imaginación le permitió evocar imágenes completas a partir de cuatro líneas, que la de un estudioso o un astrónomo. Su teoría causó sensación en su momento, pero en la actualidad el entusiasmo que levantaba se ha reducido.

Kelley encontró también un libro de alquimia y un documento enrollado que se supone fueron escritos por San Dunstan. Al hablar de la «dirección espiritual», Dee se refería a un ángel o a un espíritu, aunque a menudo no estaba seguro acerca de la naturaleza exacta de la entidad que se comunicaba con él a través de su cristal. John Dee descifró parcialmente el libro y yo he anotado (véase derecha) algunas de las localidades modernas que se corresponden con las suyas, allí donde son reconocibles.

La introducción al mapa del tesoro estaba escrita en latín cifrado y afirmaba que el manuscrito era el mapa de un tesoro enterrado por Menabon de Gordanigi (o Menabani de Gordania), posiblemente el jefe de una tribu de asaltantes daneses. Es cierto que Glastonbury padeció las incursiones de estos piratas en el siglo IX, por lo que este hecho no sería imposible.

La tierra de Mounteagle

Quizás el más revelador de todos estos emplazamientos sea el círculo central marcado como «Mounteagles arnid». Esto se refiere, sin duda, a las tierras de lord Mounteagle, que incluían Brierley (cerca de Pontefract, al sur de Yorkshire) y Hornby (cerca de Lancaster). En 1580, unos pocos años antes de que se encontrara este mapa del tesoro, la propiedad de Brierley-Hornby había sido vendida tras la muerte de William Stanley, tercer lord Mounteagle. La familia Mounteagle sólo se quedó con el castillo y Hornby, mientras que el conde de Shrewsbury compró Brierley House para su hijo, Edward Talbot.

He aquí una curiosa coincidencia, pues el principal médium de Dee se identificó como Edward Talbot cuando se conocieron, antes de confesar que su auténtico nombre era Edward Kelley. Yo sospecho que o bien Kelley trabajaba para la familia Mounteagle (y en Oxford adoptó el nombre del hijo para conseguir ser admitido), o bien era realmente el hijo del conde de Shrewsbury caído en desgracia. Es interesante señalar que Shrewsbury está cerca de Worcester, un foco constante de interés por los abundantes «contactos» establecidos con ángeles desde la muerte de Dee hasta nuestros días.

Los diez emplazamientos del tesoro de Dee

Aunque se supone que estas diez localizaciones son emplazamientos de tesoros, también muestran el interés de Dee por los monumentos locales, en especial por las cruces de piedra, que a menudo marcan líneas ley. Es evidente que gran parte de la motivación de Dee estaba impulsada por la búsqueda de un tesoro más que por razones eruditas o de desciframiento de un código, pues estaba escaso de fondos. Los lugares que se citan como emplazamientos del tesoro de Menabon de Gordanigi son:

- Gilds Cros hic [jacet] medirional iboton = Gilds Cross en South Ibboton = cruz de Gildas en Glastonbury
- Blankes Seters Cross = cruz de Blanksetters (cuyo emplazamiento moderno se desconoce).
- Marsars got Cross = cruz del dios Marte (posible interpretación).
- Huteos Cross = Huets Cross (quizá, cruz Hewitt) en Northwick Hill, cerca de Blockley, Gloucestershire.
- Fluds Grenul = Floods grenel (posiblemente los llanos inundados cerca de Glastonbury).
- Mons Mene = monte Mene = Meon Hill, fortaleza de la Edad del Hierro situada en Warwickshire.
- Mounteagles arnid = tierras de lord Mounteagle heredadas por Edward Talbot (hijo del conde de Shrewsbury). Se trataba de Brierley, cerca de Pontefract, Yorkshire.
- Lan Sapant = Land Serpent (posible interpretación).
- Corts Nelds = Courts Nelds (cuya localización moderna se desconoce).
- Mnpr Merse = Marr merse (cuya localización moderna se desconoce).

Alfred Watkins y las líneas ley

Se ha escrito mucho acerca de las líneas ley, pero ni siquiera su descubridor moderno, Alfred Watkins, pudo explicar lo que son. En 1983, el autor, visionario y astroarqueólogo británico John Michell escribió: «Se han realizado estudios fotográficos aéreos sobre gran parte de Gran Bretaña, y cualquiera que estudie las fotos debe sorprenderse ante el enorme número y la extensión de líneas geométricas regulares que se observan tanto en las marcas de los sembrados como en restos y linderos existentes».

La visión de Watkins

El viajante Alfred Watkins (1855-1935), el 20 de junio de 1921, estaba sobre la cima de una colina en Blackwardine, Inglaterra, contemplando el paisaje de Herefordshire. De repente, en un destello de inspiración, percibió un patrón en las aparentemente aleatorias extensiones de carreteras, linderos de prados, ríos, pueblos e iglesias, una vasta red de lo que parecían líneas rectas que unían monumentos antiguos, asentamientos en las colinas, viejas iglesias, cruces situadas en los caminos, torres de señalización y estanques fabricados por el hombre. Más adelante relató esta visión en *The Old Straight Track* (1925).

ABAJO. Líneas y huecos (que podrían haber sido una especie de mapa ley) sobre la Pancake Stone, situada en un foco ley en Rombald's Moor (Yorkshire, Inglaterra).

Cualquiera que haya caminado por la campiña inglesa, se habrá sorprendido por las vueltas y revueltas de los caminos y la aparente confusión de las calles de los pueblos victorianos, los senderos, los linderos y las veredas. Lo que Watkins vio fue lo contrario: observó alineamientos rectos que recorrían el terreno a pesar de los obstáculos. Vio una geometría que nadie más había visto en cientos, o quizá miles, de años.

Descubrió que con el empleo de mapas de Ordnance Survey (el instituto topográfico nacional de Gran Bretaña) de gran escala (y más tarde con fotografías aéreas) podía conectar muchos monumentos, iglesias, amontonamientos de piedras, hendiduras practicadas en los cerros, viejos lugares elevados, pozos sagrados, estanques de pueblos, picos de montañas y asentamientos de la Edad del Hierro a lo largo de alineamientos relativamente exactos. Lo que es más, estos emplazamientos conectados resultaron ser sitios de un tipo específico, lugares que habían tenido importancia pagana en la época antigua y prerromana.

A menudo, ocho o nueve de estos emplazamientos se alineaban en un único mapa de Ordnance Survey de escala 1:25.000. La fotografía aérea aportó una mayor confirmación de la existencia de estas líneas y mostró marcas en sembrados que no resultaban visibles desde tierra. (Estas marcas pueden también señalar potenciales yacimientos arqueológicos y no deben ser confundidas con patrones de círculos de los sembrados.) Si caminamos a lo largo de una de estas líneas, a menudo descubrimos nuevos hitos de piedra, antiguos trabajos en la tierra y otras características que pueden no haber sido señaladas en los mapas de Ordnance Survey.

¿Qué son estas líneas y para qué se utilizaban? Watkins y sus sucesores identificaron un cierto número de pistas que nos ayudan a definir su verdadera naturaleza.

Construcciones humanas: las claves

La regularidad de los topónimos a lo largo de las líneas indica que se trató más de construcciones humanas que de fenómenos naturales. Los nombres de los lugares tienden a repetir determinadas sílabas con mucha más frecuencia de lo que marca la estadística: pueblos, accidentes geográficos o granjas suelen tener finales como «-cole» o «-cold» o «-dod», «-leigh» o «-ley». Este último fue lo que determinó que Alfred Watkins las denominara «líneas ley».

Estos alineamientos, estos viejos rastros rectos, como Watkins los llamó, han sido desbordados por adiciones posteriores, se han visto cortados por carreteras y escondidos por la creación de caminos de circunvalación de pueblos. Alfred Watkins se quedó perplejo al observar que hasta las iglesias parecían ser parte del patrón, hasta que se dio cuenta de que, siguiendo la costumbre, habían sido

IZQUIERDA. Stonehenge, con dos de sus trilitos. A través de uno de ellos pasa la principal línea ley a Old Sarum.

construidas en su mayor parte sobre viejos círculos de piedra o bosquecillos paganos.

Lo mejor que se le ocurrió fue sugerir que representaban viejos caminos. Esta teoría es insostenible, pues a menudo pasaban derechas a través de iglesias y megalitos, atravesaban zonas pantanosas y subían cuestas que hacían que no fuese lógico, y ni siquiera práctico, utilizarlas como rutas por las que caminar.

Otras culturas, como los incas, tenían unas carreteras usadas por los mensajeros a pie del rey. Los corredores tibetanos *lung-gom-pas* también cubrían largas distancias a una velocidad increíble. Sin embargo, estos caminos no deben ser confundidos con las líneas ley, como tampoco deben serlo las venas del dragón del feng shui.

Es cierto que las calzadas romanas, tan rectas, parecen seguir algunas de las líneas ley durante parte de su recorrido, pero las investigaciones han revelado que a menudo existen otros rastros mucho más antiguos bajo ellas.

Líneas de visión

Las líneas ley no sólo incluían lugares sagrados, sino elevados, en los que se encendían almenaras. De hecho, las ley eran líneas de visión. Su propósito era conectar visualmente los asentamientos humanos y los centros religiosos y defensivos con los círculos de piedra y las fortalezas de la Edad del Hierro a través de anillos de setas, hitos de piedra y círculos sobre los que se habían construido iglesias.

Los modernos buscadores de líneas ley tienden a acumular listas de lugares a lo largo de cada una de ellas, y a menudo intentan extenderlas tan lejos como les sea posible. Sin embargo, en lugar de esto es importante descubrir los límites de cada una e identificar el foco o punto terminal. Estos focos tienden a resultar muy evidentes al final de las líneas ley bien marcadas y a menudo se trata de fortificaciones de la Edad del Hierro (pero no túmulos funerarios).

Algunas de las principales líneas ley adquieren conexiones astronómicas clave a partir del emplazamiento de su foco. Por ejemplo, la ley que enlaza Grovely Castle, Stonehenge y Sidbury Camp sale de Stonehenge a lo largo de la Avenida siguiendo el alineamiento que marca la salida más septentrional del Sol, en el solsticio de verano. Esto nos indica que las líneas ley eran en ocasiones una extensión de la geometría astronómica de estos grandes círculos de piedra y producto de unas mediciones astronómicas y una ingeniería muy avanzadas.

¿Alineamientos casuales?

Algunas personas creen que las líneas ley podrían ser simplemente un conjunto accidental de alineamientos coincidentes. Creen que estos alineamientos casuales serían lo que podríamos esperar de la conexión aleatoria de muchos miles de puntos posibles sobre un mapa de Ordnance Survey o, de hecho, en cualquier extensión de campiña que ha sido habitada desde hace mucho tiempo. Esta explicación puede rechazarse con facilidad por cualquiera que camine a lo largo de estas líneas ley, o rastros, pues verán un buen número de señales adicionales en alineación exacta que convencerían incluso al más escéptico. Además, si aplicamos matemáticas estadísticas (que, por cierto, incluyen el uso de *phi*) a los alineamientos en los que se sitúan estructuras principales, se demuestra que los alineamientos ley más importantes superan en mucho lo que se podría esperar de la probabilidad estadística.

Habilidades topográficas

¿Cómo pudieron los pueblos prerromanos, de quienes algunos afirman que eran brutos y retrasados, realizar la agrimensura tan precisa que se requería? Si sabemos que los antiguos egipcios construyeron unas estructuras asombrosamente sofisticadas hace 4.500 años, ¿por qué nos cuesta tanto admitir que los habitantes de Gran Bretaña pudieron ser casi igual de habilidosos?

Mi formación geográfica me permite asegurar que la agrimensura que se requería era posible y sólo necesitaba del empleo de un equipamiento básico, mirar desde un palo de madera hasta el siguiente y aplicar de geometría sencilla, en particular la técnica de triangulación (véase página 100). De hecho, existe al menos un alineamiento megalítico antiguo que parte desde Old Sarum (véanse páginas 106-109) y es tan exacto que los modernos topógrafos de Ordnance lo emplearon como base para la corrección de sus mediciones.

Venas del dragón

Algunas personas creen que las líneas ley poseen energías similares a aquellas del *mei lung*, o venas del dragón, del feng shui chino clásico. Esto no puede ser así, porque las venas del dragón van a mucha profundidad bajo tierra y son curvas por definición: la energía *chi* que viaja a través de ellas nunca debe hacerlo en línea recta, sino que debe ser nutrida y acumulada mediante recorridos sinuosos. Además, ninguna de las configuraciones de agua o montaña típicas del feng shui se encuentran en los extremos de las líneas ley o cerca de ellos.

Líneas de fuerza

Una explicación no probada pero atrayente sería que las líneas ley son como conexiones de fuerza entre antiguos lugares sagrados, conexiones paganas de energía. Según el autor Paul Devereux, la ocultista Dion Fortune fue la primera que, en su novela *The Goat-Foot God*, escrita en 1936, inventó o popularizó la idea

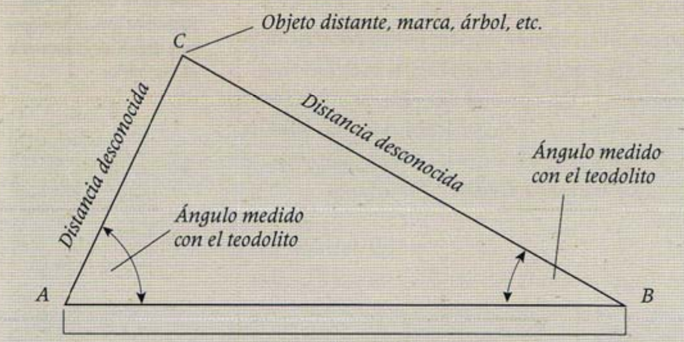
ABAJO. Glastonbury Tor, aislado en medio de los Somerset Levels, terrenos muy llanos en el suroeste de Inglaterra.

Los principios de la triangulación

La triangulación es el empleo de triángulos por parte de los topógrafos para levantar mapas con exactitud. Para empezar, los topógrafos miden exactamente una determinada longitud que sirva como base (AB). De cada uno de los extremos de esta línea miden el ángulo hasta un punto distante (C), mediante un instrumento de medición llamado «teodolito», que consiste en un pequeño telescopio montado sobre un plano designado para medir ángulos.

El topógrafo se sitúa en A y mide el ángulo CAB; a continuación, se coloca en B y mide el ángulo CBA. Obtiene así un triángulo del que conoce la longitud de un lado y los dos ángulos adyacentes. Por trigonometría simple puede averiguar las longitudes de los otros dos lados y, así, la posición exacta de C.

Para realizar un estudio completo de la región, se repite este proceso utilizando triángulos cuya base es el lado del triángulo anterior. Al construir sobre el primer triángulo, se puede estar seguro de cada longitud sin necesidad de medirla.



de que las líneas ley eran «líneas de fuerza» que enlazaban emplazamientos prehistóricos.

De hecho, Dion vivió parte de su vida al pie de Glastonbury Tor y tuvo por ello la oportunidad de examinar alineamientos en persona, en un tiempo en que muchas de las viejas características del paisaje todavía existían. Glastonbury fue, y sigue siendo, un indudable centro espiritual que actúa como foco de varias líneas ley. Aunque el Tor resulta geográficamente muy llamativo, dado que se trata de una colina solitaria y empinada en medio de un terreno bajo y encharcado, según afirma John Michell en su libro *Nueva visión sobre la Atlántida*: «Sin embargo, seguimos sin saber por qué determinados puntos de la superficie terrestre son, según consenso general, más inspiradores que otros o por qué estos lugares coinciden tan a menudo con los centros de santidad prehistóricos.»

Alineamientos muy largos

Algunos investigadores han identificado largos alineamientos que recorren el país, pero yo no creo que se traten de líneas ley. Más parecen pasillos que líneas y no son tan precisos como éstas, pues en ocasiones se alejan de sus supuestos puntos nodales un par de kilómetros o más. Un investigador, Major Tyler, tras comprobar la evidencia, sugirió que sería mejor «descartar la idea de alineamientos continuos que recorren largas distancias», a pesar de lo atractiva que pueda resultar la idea.

Lo que las líneas ley podrían ser

Yo creo que las líneas ley son alineamientos realizados por el hombre que irradian de importantes círculos de piedras y asentamientos con murallas de tierra. No son alineamientos naturales (pues los accidentes naturales tienden a ser curvos) y no están asociados con el feng shui, los ovnis, los círculos de los sembrados o las calzadas romanas (excepto por coincidencia). No aparecen en medio del campo porque sí, sino que fueron impresos sobre el paisaje británico en épocas prerromanas, probablemente en la Edad del Hierro, por una civilización capaz de mover y levantar piedras inmensas y que podía construir grandes paredes de tierra y zanjas. Fue un pueblo que no dejó ningún testimonio escrito y pocos rastros de sus casas de madera.

El principal propósito de las líneas ley era unir los lugares más importantes, como Old Sarum y Avebury, con otros asentamientos,

IZQUIERDA. El enorme montículo central de Old Sarum, foco de diez de las principales líneas ley. A su alrededor se encuentra un muro circular de tierra mayor, y más lejano, que cubre treinta hectáreas.

ABAJO. Maiden Castle, una fortaleza de la Edad del Hierro cercana a Dorchester (Dorset, Inglaterra). Se pueden observar algunos de sus gigantescos muros de tierra realizados por el hombre y que son parte de la cultura que trazó las líneas ley.

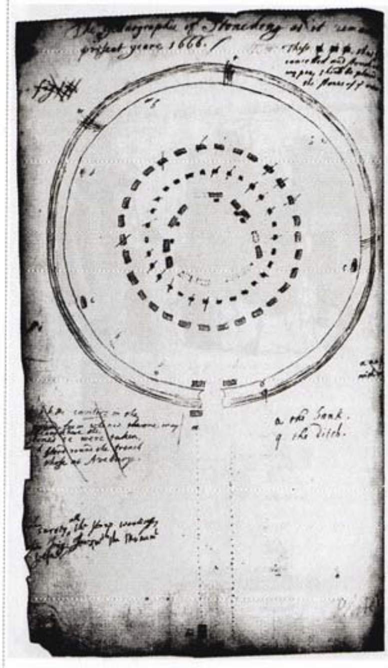
fortificaciones, círculos menores y lugares religiosos sagrados. El límite práctico de una línea ley es el horizonte visible, y todo lo más alrededor de treinta y cinco kilómetros. Cualquiera que desee convencerse de que en un tiempo las líneas ley irradiaban de los emplazamientos de círculos de piedra, en lugar de sencillamente pasar a través de ellos, debería estudiar el mapa de Ordnance Survey, que muestra el terreno nor-noroeste del círculo en el mapa de referencia NT 972 205, y obtendría un ejemplo muy claro.

Efectivamente, las líneas ley formaban una geometría intrincada y sagrada; la geometría de los emplazamientos individuales está relacionada con puntos del horizonte determinados por la salida y la puesta del Sol y de la Luna. Esta geometría crea la magia que ata toda la tierra bajo el control de un jefe, rey o sacerdote. Si esto suena demasiado místico, podemos añadir la función adicional de permitir una rápida comunicación militar, mediante almenaras, a lo largo de líneas de visión.

Astroarqueología

Una antigua civilización que floreció en Gran Bretaña y Europa occidental en tiempos prerromanos creó monumentos megalíticos como Avebury y Stonehenge. La palabra megalito *quiere decir, literalmente, «piedra grande», y no indica un periodo histórico. Los arqueólogos no se ponen de acuerdo a la hora de fechar estos monumentos, y muchos de los extremos de líneas ley se consideran de la Edad del Hierro o, a veces, del periodo Neolítico (40000-2500 aC.).*

A los romanos les vinieron de maravilla las defensas ya levantadas de los monumentos megalíticos y los rectos senderos que los unían, pero hasta el siglo XVI los círculos de piedra no eran otra cosa que colecciones misceláneas de piedras..., o la obra de gigantes o magos. Tenemos una enorme deuda con el doctor John Dee (véanse páginas 93-95), William Camden, John Aubrey y el reverendo William Stukeley (véase página 104), que hicieron que las piedras megalíticas fueran consideradas como una parte importante del legado británico.



ABAJO. Plano de Stonehenge, obra de John Aubrey, en el que se muestran los cincuenta y seis «Agujeros de Aubrey» lunares y la Avenida que conduce del nordeste a la entrada principal.

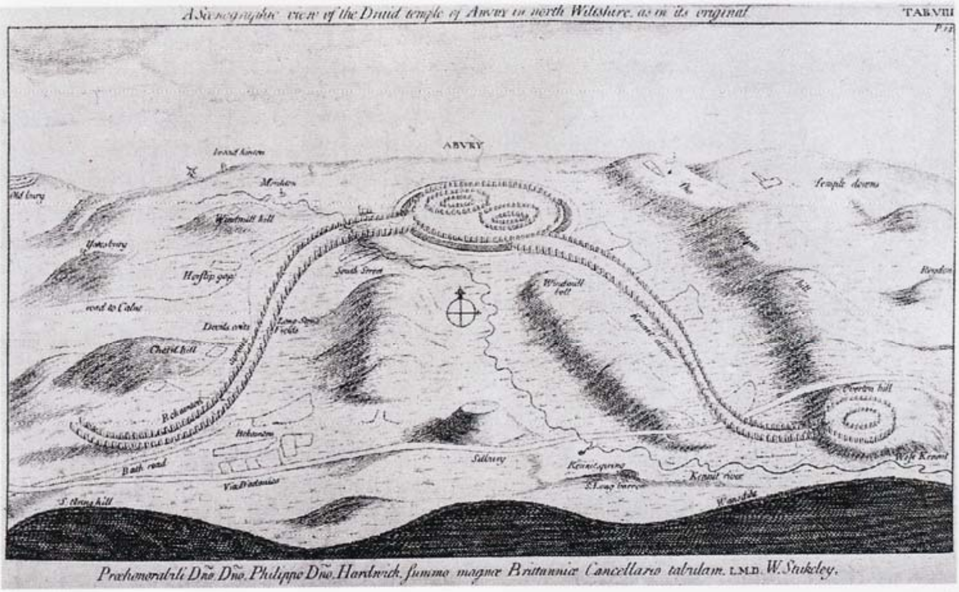
El nacimiento de una nueva ciencia

A pesar de los detallados mapas de Ordnance Survey, las fotografías aéreas y la laboriosidad de un pequeño grupo de esforzados astroarqueólogos que, a lo largo del siglo XX, marcaron y midieron al menos los monumentos mayores y mejor conocidos, seguimos sin saberlo todo acerca de los yacimientos megalíticos y los patrones existentes entre ellos.

El primero y quizá más importante de los astroarqueólogos fue el profesor Alexander Thom (véase página 105), que probablemente realizó la mayor cantidad de mediciones, pero también debemos mencionar a sir Norman Lockyer (véanse páginas 104-105), Gerald Hawkins (1928-2003), al poco conocido pero muy influyente C. A. Newham (1899-1974) e incluso al renombrado astrofísico Fred Hoyle (1915-2001).

Probablemente más que ningún otro, John Michell atrajo la atención de los movimientos de la Nueva Era hacia las complejidades de la belleza geométrica de los yacimientos megalíticos con dos libros: *Nueva visión sobre la Atlántida* (1969) y *A Little History of Astro-Archeology* (1977).

El trabajo llevado a cabo por estos investigadores muestra de manera concluyente que los monumentos megalíticos estaban construidos con una detallada apreciación tanto de la geometría como de los alineamientos astronómicos. La colocación de las piedras marcaba las posiciones cambiantes del Sol y de la Luna en el curso del año; en el caso de Stonehenge, las posiciones lunares en primer lugar, y a continuación las posiciones de salida y puesta del Sol. En particular, Thom proporcionó un conjunto de cuidadosas mediciones de cientos de yacimientos desde Callanish, en las islas del norte de Escocia, hasta Bretaña, en Francia. Así nació la nueva ciencia de la astroarqueología.



IZQUIERDA. Concepción de William Stukeley de la «gran serpiente de piedra» que pasaba a través del círculo de piedras de Avebury.

El anticuario Aubrey en Avebury

Cuando John Aubrey (1626-1697) se dio cuenta de que las piedras levantadas, en particular las de Avebury (cerca del lugar donde había nacido, en Wiltshire), estaban colocadas siguiendo un patrón geométrico, comenzó a registrar y dibujar mapas de estas inmensas estructuras.

La contribución más importante de Aubrey al estudio de las antigüedades británicas fue *Monumenta Britannica*, que sorprendentemente no se publicó hasta la década de 1980. Contiene los resultados del trabajo de campo de Aubrey en Avebury y Stonehenge, así como notas sobre otros muchos yacimientos antiguos. El título original de su manuscrito era *Templa Druidum*, o *Templos de los druidas*, y reflejaba la romántica convicción de Aubrey (hoy en día considerada incorrecta) de que fueron los druidas los que construyeron estos templos megalíticos.

Aubrey es también recordado por su antiguo plano de Stonehenge (véase página 102), en el que identificó una serie de ligeras depresiones situadas justo en el borde interior del muro de tierra exterior. Estos cincuenta y seis agujeros fueron identificados, entre 1921 y 1925, por la Sociedad de Anticuarios como agujeros excavados en la creta para sostener pilares de madera, y se denominaron «Agujeros de Aubrey» en honor de la persona que los observó por vez primera. Estos agujeros, cuyo número asciende a dos veces 28, casi con seguridad están relacionados con el ciclo lunar de veintiocho días o con las veintiocho casas de la Luna. Pertenecen a la primera fase de construcción, cuando Stonehenge estaba construido de madera y no de megalitos de piedra.

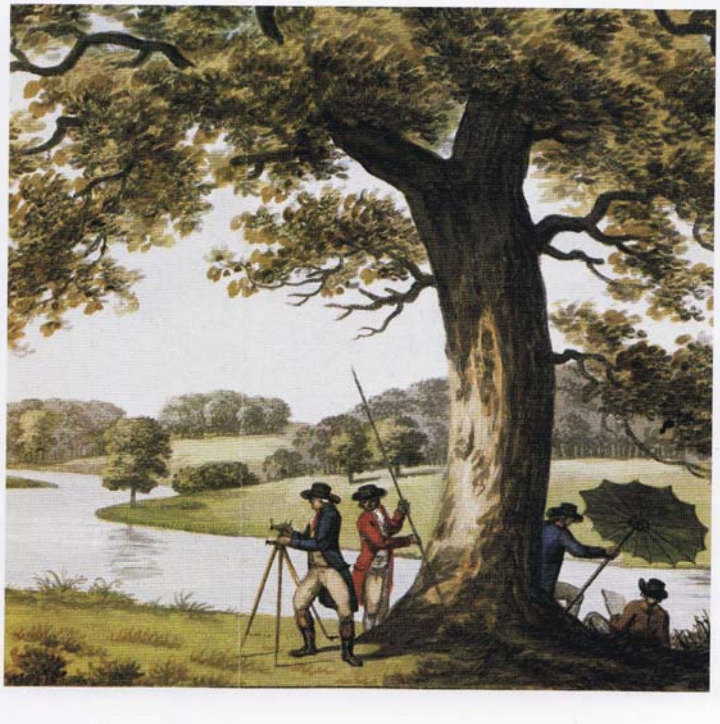
Avebury

El complejo de piedras levantadas y avenidas de Avebury, que cubre unas 11,33 hectáreas, se cree que procede del 2500 aC. El pueblo de Avebury se construyó, sin respeto alguno por las piedras originales, que a menudo se reutilizaron para construir tapias o se destruyeron, en el cruce de caminos situado en medio del yacimiento.

El yacimiento megalítico está constituido por una enorme zanja circular de tierra, que en origen tenía unos 9,15 metros de profundidad, y una orilla de unos 400 metros de diámetro. En mi opinión, podría haber sido diseñada en un principio para contener agua caliente, aunque en la actualidad está seca tras haber sido destruida hace mucho tiempo. Esta zanja rodea un círculo exterior de grandes menhires, con entradas en cuatro puntos que se alinean, más o menos, con los puntos cardinales norte, sur, este y oeste. De este círculo mayor irradian dos avenidas de piedra.

Dentro del círculo exterior se encuentran dos círculos interiores más pequeños, ambos de unos 103,6 metros (340 pies o 125 yardas megalíticas) de diámetro. El círculo interior, situado más al norte, está formado por dos círculos concéntricos, el primero de los cuales tenía doce piedras (para mediciones solares) y el exterior, veintisiete (posiblemente para mediciones lunares). Estos dos círculos rodean tres piedras centrales inmensas. En el centro del círculo interior, situado al sur, se levantaba una piedra alta de más de 6,1 metros de altura, que fue destruida en algún momento a lo largo de los dos últimos siglos.

ABAJO. Agrimensores del siglo XVIII utilizando un teodolito simple y una vara de medir, exactamente igual que hicieron con anterioridad sus predecesores de la Edad del Hierro.



El reverendo William Stukeley

El doctor William Stukeley (1687-1765) se inspiró en los descubrimientos de John Aubrey, pero su romanticismo propuso la asociación de los druidas con los yacimientos megalíticos y añadió la fantasía de un supuesto culto al dragón o a la serpiente. Durante sus muchas visitas, comprobó la destrucción de numerosas piedras por parte de granjeros armados de grandes martillos y fuego que pretendían despejar la tierra o destruir vestigios paganos. Los títulos de sus libros más conocidos, *Stonehenge, a Temple Restored to the British Druids* (1740), y *Avebury, a Temple of the British Druids* (1743), muestran con claridad su enfoque hacia los druidas. El movimiento druídico de la Nueva Era debe gran parte de sus orígenes a los relatos románticos del reverendo Stukeley.

Sir Norman Lockyer

Sir Norman Lockyer (1836-1920) fue el primer profesor del mundo de física astronómica y ejerció en el Royal College of Science de Londres, que en la actualidad forma parte del Imperial College. Fundó y editó la prestigiosa revista científica *Nature*. Lockyer se interesó por la medición y el alineamiento de los templos de muchas culturas, no sólo de la británica.

En 1890, Lockyer observó que muchos de los antiguos templos griegos estaban alineados a lo largo de un eje este-oeste. Trabajó con Penrose, que realizó las mediciones más precisas del Partenón (véanse páginas 124-127), e investigó los potenciales alineamientos con la posición de la salida del Sol en días específicos. En Egipto descubrió alineamientos conectados con la estrella Sirio (véanse páginas 80-81), cuya ascensión heliacal anunciaba el comienzo del año egipcio. En el año 1894 publicó estas teorías en su obra *The Dawn of Astronomy*.

En Stonehenge, Lockyer supuso que, en el solsticio de verano, el Sol debió salir originalmente sobre el hito llamado Heel Stone, y calculó la fecha (y por tanto la fecha en la que se construyó Stonehenge) utilizando datos astronómicos actuales. Amplió estas ideas a otros yacimientos megalíticos y publicó sus conclusiones, en 1906, en el libro *Stonehenge and Other British Monuments Astronomically Considered*. Por ello se le conoce a menudo como el «padre de la arqueoastronomía»

Alexander Thom y la yarda megalítica

Como profesor de ingeniería civil, Alexander Thom (1894-1985) estaba acostumbrado a la precisión en las mediciones y utilizó los resultados estadísticos de cientos de yacimientos para validar sus teorías. Todavía se aceptan sus datos, pero sus conclusiones están sujetas a controversia.

En 1934, Alexander Thom se interesó por los círculos megalíticos y sus alineamientos astronómicos. Comprendió que los ingenieros que levantaron unas estructuras tan inmensas debían haber estado muy versados en astronomía y geometría, además de en ingeniería. Thom comenzó a observar y medir yacimientos megalíticos por toda Gran Bretaña y publicó sus resultados iniciales en 1955, en *The Journal of the Royal Statistical Society*.

Su conclusión más sorprendente fue la de que los anillos megalíticos habían sido diseñados según una unidad de medida estándar, que denominó «yarda megalítica». Estimó que esta unidad equivalía a 0,83 metros. En su libro *Megalithic Sites in Britain* muestra los resultados de sus observaciones sobre unos trescientos círculos megalíticos, alineamientos y menhires aislados.

La yarda megalítica está relacionada con la «vara de medir», una unidad británica de longitud muy antigua. Esta vara mide cinco metros, lo que supone un poco más de seis yardas megalíticas ($0{,}83 \times 6 = 4{,}98$ metros). Es interesante observar que la vara cuadrada mide un área de 6×6 yardas megalíticas. ¿Podría la vara ser el último vestigio de la yarda megalítica utilizada por los constructores megalíticos como medida estándar?

Aunque no todo el mundo está de acuerdo con las conclusiones de Thom, no cabe duda de que la geometría compleja y las mediciones estándar fueron clave en la construcción de estos gigantescos monumentos.

ARRIBA. Piedras megalíticas de Callanish, en la isla de Lewis (Escocia), donde Alexander Thom tuvo su primera experiencia de observación de círculos de piedras.

Old Sarum: el foco de muchas líneas ley

Las claves del significado y disposición de las líneas ley son los nodos de los que irradian. Sin embargo, a menudo encontramos un meridiano ley principal entre los varios que parten de un lugar concreto. Un buen ejemplo de esto son las líneas que irradian de Old Sarum, en el condado inglés de Wiltshire.

Old Sarum es una construcción de tierra, plana en su parte superior, que domina la región de Salisbury Plain y el río Avon, que corta el llano y fluye hacia ella. Old Sarum ha sido un foco de asentamiento durante mucho tiempo: primero como fortaleza sobre una colina en la Edad del Hierro; luego, campamento romano, y más tarde ciudad medieval amurallada.

En el año 1070 las tropas de Guillermo el Conquistador se disolvieron en este lugar tras la conquista de Inglaterra, lo que incitó al obispo de St. Osmund a construir, en 1092, una catedral nueva en Old Sarum. Sin embargo, las energías paganas se reafirmaron y, cinco días más tarde, se desató una enorme tormenta y el edificio resultó muy dañado por los rayos. Aunque fue reconstruida, la catedral

ABAJO. Originalmente se construyó una catedral en Old Sarum antes de que su destrucción provocara su reubicación en Salisbury, en la misma línea ley.

nunca dejó de tener problemas, y finalmente, en 1220, fue reubicada en la cercana ciudad de Salisbury, con lo que permaneció sobre el mismo alineamiento ley.

El ley Old Sarum: Stonehenge

Todas las principales líneas ley asociadas con Old Sarum irradian hacia el norte y se abren en abanico hacia el nordeste y el noroeste. Una de ellas, quizá la más famosa, pasa a través de Stonehenge para continuar hacia el sur atravesando la catedral de Salisbury, Clearbury Ring y Frankenbury Camp, dos colinas fortificadas de la Edad del Hierro.

En concreto, esta línea ley recorre al menos 27,8 kilómetros de nor-noroeste a sur-surdeste. Algunos investigadores han sugerido que quizá continúe hacia la costa sur de Inglaterra. Es, sin lugar a dudas, el más importante de los meridianos ley que atraviesan Old Sarum, y fue descubierto por Norman Lockyer (véanse páginas 104-105).

Es posible que el origen de esta línea ley se encuentre en los túmulos de Durrington Down y que desde ahí pase por el centro de Stonehenge y Old Sarum hasta la torre reconstruida de la catedral de Salisbury, localizada al sur de su emplazamiento original en Old Sarum. Según Guy Underwood, un prolífico autor británico especializado en líneas ley, en esta torre se produce un efecto muy extraño: parece marcar un manantial ciego que atrae nubes de insectos y pájaros demasiado grandes como para ser un fenómeno natural; este hecho está asociado a menudo con un foco ley.

A continuación, la línea cruza el viejo puente de Harnham, sobre el río Avon, y pasa precisamente por un importante cruce de carreteras (A338 y A354), dos características comunes de las líneas ley. Recorre luego la vieja y recta carretera de Odstock y llega a Clearbury Ring, un campamento de madera de la Edad del Hierro que puede verse desde varios kilómetros a la redonda. La línea ley pasa después por los restos del priorato de Breamore, del siglo XII, y termina en Frankenbury Camp, un yacimiento de la Edad del Hierro situado cerca de Fordingbridge. Es interesante resaltar que en este lugar se ha registrado mucha actividad ovni en épocas recientes.

Otras líneas ley de Old Sarum

Existen otras nueve importantes líneas ley que irradian hacia el norte de Old Sarum, pero ninguna de ellas se extiende hacia el sur. Parece como si Old Sarum fuera el lugar que dominase todo Salisbury Plain hacia el norte, ya fuese en un sentido religioso o militar. Este ejemplo (derecha) ilustra claramente cómo las líneas ley se relacionan con lo que les rodea.

Al menos dos de las líneas ley siguen viejas calzadas romanas (las líneas 1 y 3), mientras que hay nueve que terminan en círculos de piedras, campamentos, fortificaciones de la Edad del Hierro o catedrales.

La clave para averiguar el uso original de las líneas ley probablemente se encuentre en comprender qué eran sus terminales. Si sólo se trataba de fortalezas, esto sugiere una función de comunicación militar, como líneas de visión de almenaras. Sin embargo, si estas fortalezas fuesen también importantes asentamientos comerciales, entonces cabría la posibilidad de que se tratara de una función de líneas de visión para viajeros, incluso si la carretera no siempre las seguía. Por último, si son lugares religiosos, tendríamos que considerar seriamente una conexión geométrica deliberada de puntos de energía espiritual. Observemos unos cuantos de estos terminales:

- En Figsbury Ring (línea 2), una entrada enmarca una vista de Old Sarum, lo que muestra su conexión con esta ciudad.

ARRIBA. Diagrama que muestra los lugares conectados por la principal de las líneas ley que atraviesan Old Sarum y Stonehenge (no está a escala).

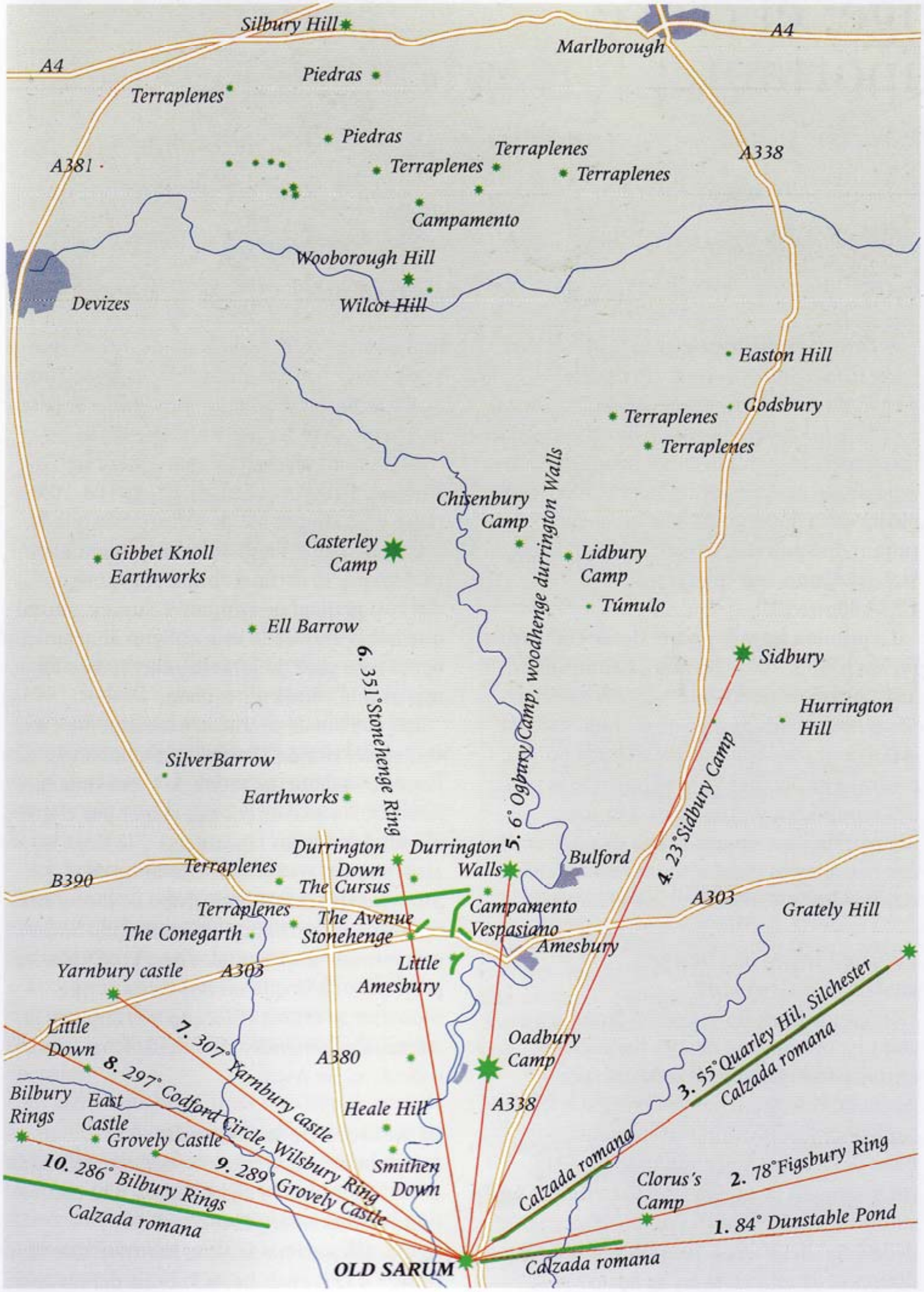
• La calzada romana de Portway (línea 3) unía directamente Silchester con Old Sarum.
• Sidbury Camp (línea 4) está localizado sobre la línea ley principal que recorre el castillo de Grovely-Stonehenge-Sidbury Camp.
• Ogbury Camp, Woodhenge y Durrington Walls (línea 5) son emplazamientos significativos; el primero cubre una extensión de 2,55 hectáreas, con muros de diez metros de altura; Woodhenge es más viejo que Stonehenge, y Durrington Walls es el mayor de los *henges*, o explanadas redondas rodeadas de muros de tierra.
• La línea ley 6 es la más importante de las que cruzan Old Sarum y Stonehenge. Su extensión hacia el sudeste está, obviamente, a 171° (351° – 180° = 171°). También Avebury Ring está cerca de este alineamiento, a 354°.

IZQUIERDA. La nieve ayuda a definir las zanjas y los diques que rodean el castillo de Yarnbury, una fortaleza de la Edad del Hierro y final de la línea ley 7 de Old Sarum.

LAS DIEZ LÍNEAS LEY MÁS IMPORTANTES QUE PARTEN DE OLD SARUM

Línea ley Núm.	Situación desde Old Sarum	Distancia desde Old Sarum (en km)	Objetivo de la línea o alineamiento	Tipo de terminal
1	*84°*		*Calzada romana que atraviesa Dunstable Pond*	*Calzada romana, estanque*
2	*78°*	*5,23*	*Figsbury Ring*	*Anillo*
3	*55°*	*15,78*	*Calzada romana de Portway que conduce a la colina Quarley y a Silchester*	*Calzada romana, fortaleza de la Edad del Hierro, pueblo prerromano*
4	*23°*	*19,32*	*Sidbury Camp*	*Fortaleza de la Edad del Hierro*
5	*6°*	*5,64, 9,66, 11,27*	*Ogbury Camp, Woodhenge, Durrington Walls*	*Fortaleza de la Edad del Hierro, anillo, «henge»*
6	*351°* *171°*	*9,66* *3,22, 8,53; 18,2*	*Stonehenge* *Catedral de Salisbury, Clearbury Ring, Frankenbury Camp*	*Anillo* *Catedral, anillo, fortaleza de la Edad del Hierro*
7	*307°*	*12,88*	*Castillo de Yarnbury*	*Fortaleza de la Edad del Hierro*
8	*297°*	*17,55*	*Codford Circle, Wilsbury Ring*	*Anillo, anillo*
9	*89°*	*9,66*	*Castillo de Grovely*	*Fortaleza de la Edad del Hierro*
10	*286°*	*13,37*	*Bilbury Ring*	*Anillo*

Estas líneas pueden ser claramente observadas en el Salisbury and Stonehenge Ordnance Survey Explorer Map 130 (1:25.000)



IZQUIERDA. Mapa de Old Sarum en el que se muestran las diez principales líneas ley que se abren a través de Salisbury Plain y lo conectan con otros emplazamientos notables como Stonehenge.

Stonehenge: el cruce de dos importantes líneas ley

Puede que Stonehenge sea el más famoso de los círculos megalíticos de Gran Bretaña, pero sólo lo atraviesan dos de las principales líneas ley (aunque Alexander Thom sugiere una tercera). Estas dos líneas ley están claramente marcadas por elementos físicos de Stonehenge: la Avenida y dos piedras aisladas.

La línea ley Stonehenge: Old Sarum

En realidad, Stonehenge es un tipo de estructura totalmente diferente de Old Sarum y mucho más pequeño. Simplificando mucho, la orientación básica de Stonehenge es hacia el nordeste, si miramos entre Heel Stone y otra piedra que falta, a lo largo de la Avenida (un camino procesional) en dirección hacia Sidbury Camp, que dista unos 12,4 kilómetros.

La primera línea ley parte desde Old Sarum (véase página 108) con una orientación de 351° y pasa directamente a través de Stonehenge. Sus puntos de entrada y salida están marcados con mucha claridad por las piedras estacionales 92 y 94, colocadas sobre dos montículos y situadas en puntos diametralmente opuestos una de otra. Estos dos marcadores pueden verse con mucha claridad en la ilustración (véase derecha).

La línea ley Stonehenge: castillo de Groveley

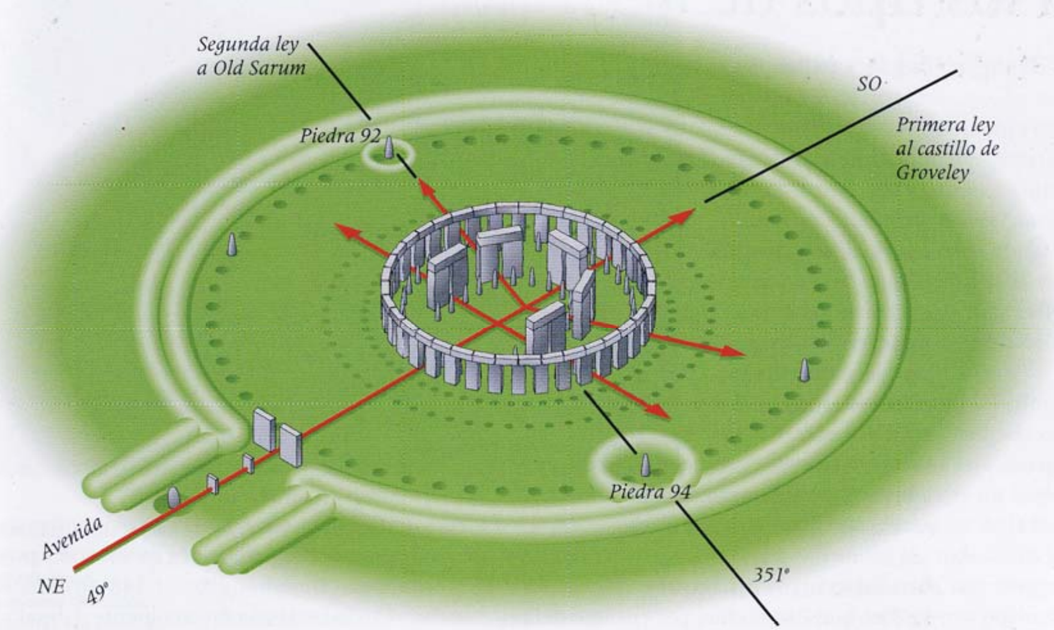
La segunda línea ley atraviesa Stonehenge con una orientación de 49°. Su punto de entrada está claramente señalado por la Avenida. Une Stonehenge con Castle Ditches (una gran fortificación y asentamiento de la Edad del Hierro) y el castillo de Grovely (monumento de la Edad del Hierro) hacia el suroeste, y con Sidbury Camp (monumento de la Edad del Hierro) hacia el nordeste. La dirección de esta línea ley se aproxima mucho a la posición de la salida del Sol por el nordeste el día más largo del año (el solsticio de verano), un momento muy propicio para que la gente se reuniera en las piedras.

El primero que señaló esta ley fue sir Norman Lockyer (véanse páginas 104-105); tiene 35,2 kilómetros de longitud, lo que la convierte en una de las líneas ley genuinas más largas. El coronel Johnstone, antiguo director general de Ordnance Survey, afirmó que había empleado este antiguo alineamiento como base para mejorar la exactitud de los mapas que edita esta entidad.

Las dos líneas se cruzan exactamente en el centro del círculo Sarsen, en Stonehenge. La llamada «piedra del sacrificio» está situada justo en la parte interior del lugar por el que el «sendero de los fantasmas» y la línea ley atraviesan el cerramiento de tierra de Stonehenge. También el grupo de diez trilitos en forma de herradura está enfocado hacia esta entrada nororiental. Fuera cual fuese su propósito, de lo que no hay duda es que Stonehenge estaba enfocado a lo largo de la Avenida nororiental, bien desde King Barrows o desde el río Avon.

El sendero de la Avenida

La Avenida sale de Stonehenge con un ángulo de 49° (nordeste) y sigue unos 1.432 metros hasta cruzar en ángulo recto la muy significativa cresta de King Barrows. Continúa otros 1.432 metros hasta la orilla del río Avon,



ARRIBA. **Perspectiva de Stonehenge en la que se muestra el cruce de sus dos líneas ley principales y sus marcadores de piedra.**

cambia su orientación a 97° (este), y otra vez a 159° (sudeste) antes de llegar al río.

Es posible que el sendero de la Avenida imite el movimiento del Sol a lo largo del año, que sale por el nordeste en el solsticio; por el este en primavera y otoño, y por el sudeste en el solsticio de invierno.

Así, la forma aparentemente torcida podría tener una clara relación geométrica con el movimiento que percibimos de la posición en la que sale este astro a lo largo del año.

Lo significativo es que este sendero de los fantasmas está cortado exactamente en ángulos rectos por el enterramiento de King Barrows.

Es cierto que no se trata más que de uno de los muchos enterramientos de esta zona, pero su nombre sugiere una cierta prioridad y también está dispuesto en sentido norte-sur atravesando la Avenida, en lugar de en la más habitual dirección este-oeste de un túmulo funerario.

Al encuentro de los muertos

Si comparamos la disposición de Stonehenge con las reglas de la práctica china del feng shui, observaremos que sus entradas son similares a las puertas de éste. Estas entradas suelen denominarse Puerta de los Fantasmas, o de los Ancestros, al nordeste; Puerta del Cielo, al noroeste; Puerta del Hombre, al suroeste, y Puerta de la Tierra, al sudeste. Están situadas en cada uno de los puntos intercardinales. En el contexto de Stonehenge, la Avenida es la entrada principal y coincide con la Puerta de los Fantasmas.

Yo tengo la sensación de que, aparte de los indudables alineamientos astronómicos de la geometría de Stonehenge, uno de sus empleos básicos debió ser como espacio ritual o sagrado para que los vivos se encontraran con los muertos, u honorables ancestros.

Diversos tipos de laberintos

Los laberintos pueden ser de diferentes tipos. Existen, por un lado, las estructuras permanentes, que suelen tener un propósito específico o simbólico y, por otro, están las estructuras más temporales, construidas a menudo con setos o vallas.

Los laberintos vegetales son un invento relativamente reciente, del siglo XVII, y todavía se conservan algunos en casas señoriales inglesas, como Chatsworth y Longleat. Juguetes en un tiempo de la clase adinerada, hoy en día se han convertido en atracciones turísticas y están proliferando. En Longleat existen nada menos que siete laberintos, y el famoso de Hampton Court recibe 300.000 visitantes al año.

Los laberintos antiguos

Se dice que Dédalo fue, por encargo del rey Minos de Creta, el constructor del primer laberinto, que había de servir como prisión para el Minotauro, una criatura mitad toro, mitad hombre. Minos exigía a Atenas un tributo regular de catorce adolescentes, que debían de ser sacrificados al Minotauro, hasta que Teseo discurrió un plan para acabar con el monstruo y liberar a los atenienses de esta espantosa obligación. Debido a su compleja arquitectura en forma de panal de abejas, el palacio de Cnosos ha sido identificado en ocasiones con el laberinto, pero existen ejemplos mucho más antiguos de este tipo de construcciones.

DERECHA. Dibujo medieval del clásico laberinto univiario, con Teseo y el Minotauro luchando en el centro.

Probablemente el laberinto más antiguo se encuentre en Egipto, cerca de Crocodilópolis (Arsinoe). Herodoto (libro 2:148) lo describe así: «Yo lo he visto personalmente y desafía cualquier posible descripción [...] el laberinto supera a las pirámides. Posee doce patios cubiertos, seis en una fila al norte y otros seis con las entradas directamente opuestas a ellos [...] el laberinto tiene habitaciones en dos niveles, un nivel subterráneo y otro sobre tierra encima de él, y en total existen tres mil habitaciones [...] las habitaciones superiores, que yo he visto personalmente, parecen edificaciones casi sobrehumanas. Por ejemplo, los pasillos que van de una habitación a otra y los pasajes llenos de curvas que atraviesan los patios son tan complicados que constituían la fuente de una interminable admiración.»

Por desgracia, los modernos egiptólogos no han sido capaces de situar esta estructura, aunque bien pudiera tratarse del templo mortuorio de Amenemhet III en Hawara, cerca de Fayyum. Plinio confirma que fue el patrón del construido en Creta: «No hay duda de que Dédalo lo adoptó como modelo para el laberinto que construyó en Creta, pero sólo reprodujo una centésima parte de él; contiene

ARRIBA. El laberinto vegetal más largo del mundo, en Longleat House, Warminster (Wiltshire, Inglaterra). Fue diseñado en 1975 por Greg Bright con numerosos recodos y giros irregulares.

pasadizos que giran, avanzan y retroceden de un modo increíblemente intrincado.»

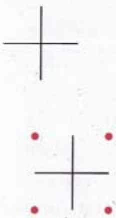
Laberintos univiarios

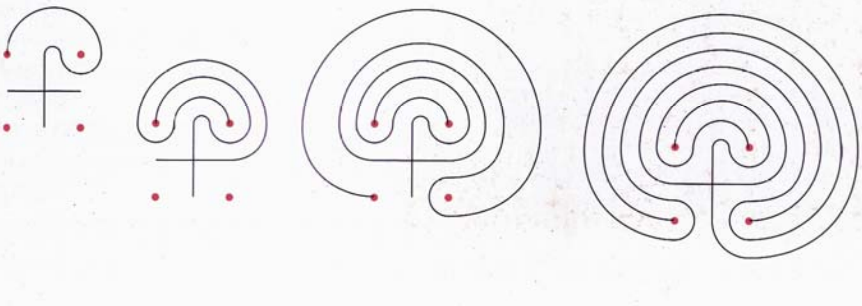
Una posible etimología de la palabra «laberinto» podría ser el término *labrys*, un hacha ritual doble encontrada en las ruinas minoicas de Cnosos. Sin embargo, esta estructura guarda muy poca relación con lo que hoy en día conocemos como laberinto univiario (de ruta única), que no requiere ningún quebradero de cabeza para ser atravesado; no es otra cosa que un laberinto de un solo pasaje, sin intersecciones ni puntos decisivos.

Hasta aproximadamente el año 1000, en Europa sólo se encontraba un único diseño de laberinto univiario arquetípico, al que suele denominarse, probablemente de forma incorrecta, de tipo cretense. Se trata de una interesante pieza de geometría que consiste en siete senderos anulares delimitados por ocho barreras que giran hacia atrás y hacia delante en el interior de los cuatro cuartos creados por la cruz central original. Es bastante posible que estos siete estratos se correspondieran con las siete esferas de los planetas clásicos que irradian desde la Tierra, situada en el centro.

También encontramos laberintos univiarios con silueta cuadrada, redonda u octogonal. Incluso se emplearon como motivos decorativos para los suelos de muchas iglesias francesas de la Baja Edad Media. Sin embargo, todos ellos fueron destruidos o cubiertos, con excepción del de la catedral de Chartres (véanse páginas 134-135), que todavía funciona como símbolo o prueba práctica de devoción penitencial cristiana, pero por el que también camina un número cada vez mayor de buscadores de la Nueva Era. Los laberintos de las iglesias cristianas solían tener once anillos en lugar de los siete clásicos.

Desde la década de 1970 ha aumentado el interés por los laberintos, y los entusiastas de la Nueva Era los crean a menudo, ya sea dibujados en alfombras, recortados en la hierba o fabricados de piedra, y caminan por ellos, lo que se dice que genera un particular beneficio espiritual.





IZQUIERDA. Modo de dibujar un laberinto univiario partiendo de una cruz y uniendo progresivamente los puntos.

La geometría de los círculos de los sembrados

En agosto de 1980 se descubrió en Wiltshire, Inglaterra, el primer círculo realizado sobre un sembrado, aunque algunos investigadores afirman que este fenómeno ya existía antes de esa fecha. Este primer círculo tenía 18,3 metros de diámetro y estaba basado enteramente en la geometría euclidiana, como la mayoría de los posteriores.

Un año más tarde se encontraron otros tres círculos. A partir de entonces, la cantidad y complejidad de los que han ido apareciendo ha aumentado casi de manera exponencial, y entre 1980 y 1987 se registraron ciento veinte, y ciento doce sólo en 1988. El momento álgido fue en 1990, cuando aparecieron mil; sea lo que sea lo que produce los círculos de los sembrados, ese año estuvo muy ocupado.

La forma de los círculos de los sembrados

Estos círculos deben ser observados desde arriba para poder apreciar el diseño. La forma básica se crea doblando (a menudo sin que se rompan) los tallos de una cosecha de cereales de un modo tal que no deja huella ninguna. Los tallos del interior de un círculo están doblados siguiendo el patrón de un torbellino que gira hacia la derecha o hacia la izquierda. En los dibujos de muchos de los círculos, uno de ellos puede girar en un sentido y otro en el sentido contrario. Incluso un único círculo puede contener dos «capas» de tallos, cada una de las cuales gira en una dirección.

Los círculos de los sembrados varían de tamaño y oscilan desde un metro de diámetro hasta varios cientos. La mayoría de ellos eran sencillos dibujos circulares hasta que, en 1990, empezaron a aparecer dibujos complejos con inteligentes pictogramas. La geometría de muchos de ellos es tan complicada como cualquier otra geometría sagrada, ya sea fabricada por el hombre o natural.

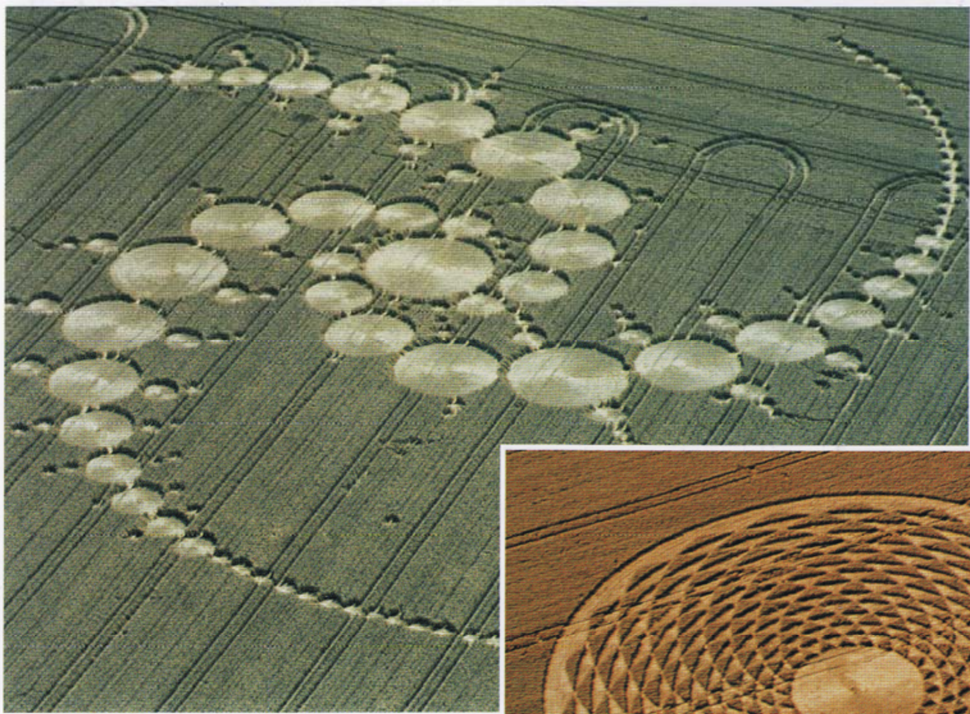
¿Qué es lo que los produce?

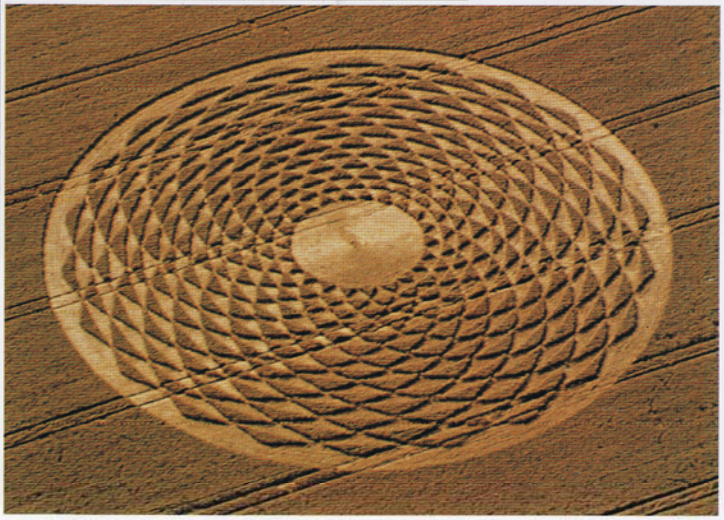
Muchas teorías han intentado explicar el fenómeno de los círculos de los sembrados. Entre ellas se incluyen extraterrestres en ovnis, nocturnos juerguistas borrachos y torbellinos cargados eléctricamente que descienden sobre los campos. Por supuesto que existen falsificaciones, pero es evidente que se trata de formaciones geométricas enormemente sofisticadas que a menudo se han generado en el curso de una sola noche. Parte de su geometría es muy avanzada y no parece probable que pudiera ser conocida por los falsificadores, a menos que se tratara de profesores universitarios de matemáticas.

En un principio se originaron y se dieron con más frecuencia en Wiltshire, especialmente cerca de antiguos lugares sagrados como el círculo de Avebury y Silbury Hill, pero han empezado a aparecer en otros países como Estados Unidos, Australia y Rusia.

Centro de Estudios sobre los Círculos de los Sembrados

Por desgracia, tras quince años, el Centro de Estudios sobre los Círculos de los Sembrados cerró en octubre de 2005. Traspasó su archivo de registros, que cubre la mayor parte de la historia de la investigación sobre círculos de los sembrados, al organismo victoriano denominado Sociedad de Investigación Psíquica. Curiosamente, no traspasó sus registros al Instituto Meteorológico ni a ningún otro organismo científico.





IZQUIERDA. El círculo de Windmill Hill se formó cerca de Avebury en 1996 y constituye una asombrosa gesta de diseño geométrico, muy difícil de falsificar sin una perspectiva aérea.

ABAJO. Círculo de Woodborough Hill, Alton Barnes (2000), que recuerda a la geometría en espiral propia de las brácteas de una piña.

Interesantes fenómenos físicos, entre los que se incluyen anomalías magnéticas, interferencias con equipos eléctricos como cámaras de vídeo y teléfonos, o sonidos muy agudos, han venido siendo asociados con los emplazamientos de los círculos de los sembrados. Salisbury Plain, en Wiltshire, aloja una buena cantidad de instalaciones militares (que sugieren una causa humana pero de alta tecnología), así como muchos antiguos círculos de piedra y líneas ley de precisión (véanse páginas 96-101). Esto sugeriría un origen conectado con las antiguas energías ley de la zona.

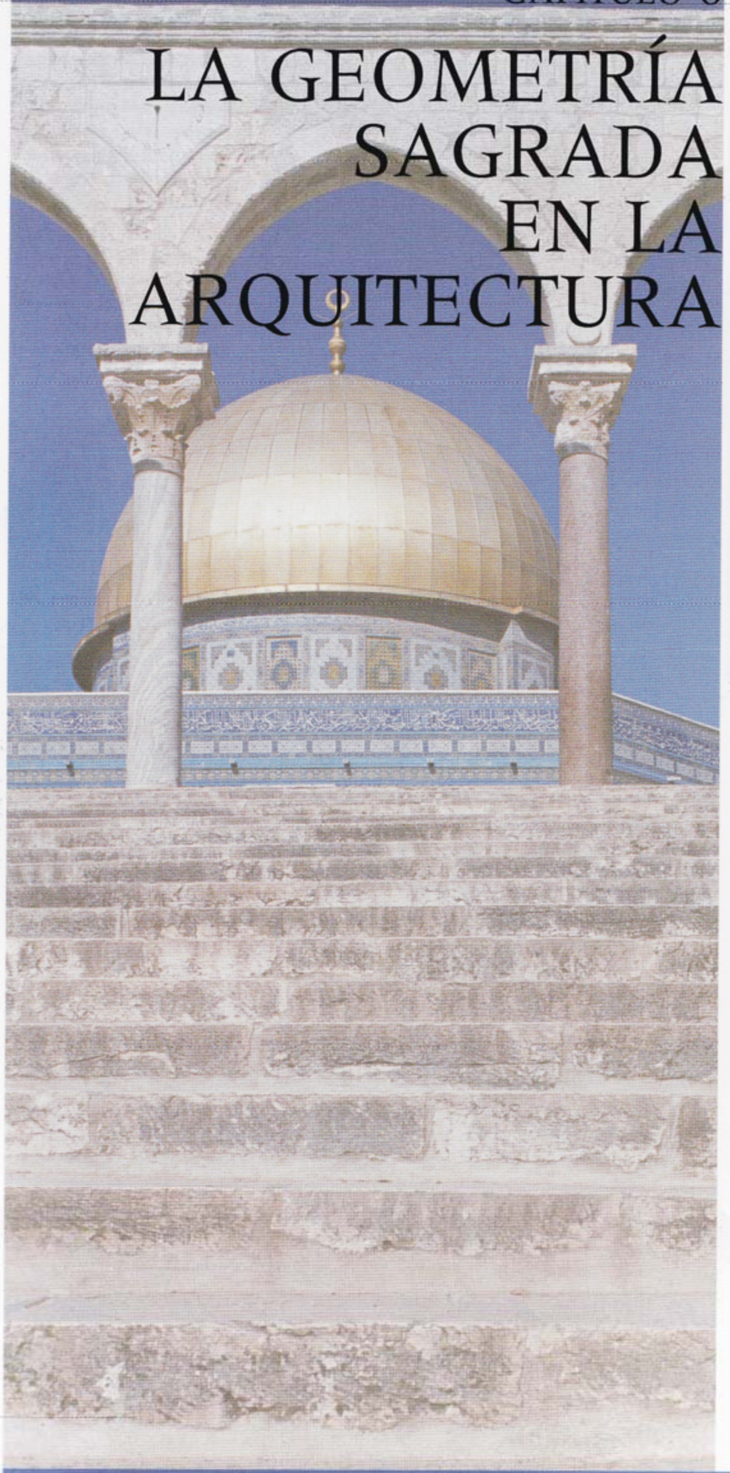
Se han tomado muestras de las semillas de los círculos y éstas tienden a germinar con más fuerza que las del resto del terreno. El doblez de los tallos, por su parte, parece haber sido fruto de una alteración celular y no de una burda rotura, como la producida por un bromista.

Rápida formación a la luz del día

Una tarde de domingo de julio de 1996, en un espacio de tiempo de cuarenta y cinco minutos, se formó una gigantesca espiral de 279 metros de ancho, compuesta por 151 círculos, que podía contemplarse desde la carretera A303, en Wiltshire. Un piloto que sobrevolaba el terreno, un guardabosques y un guarda de seguridad confirmaron que no estaba allí antes de las cinco y media de la tarde; sin embargo, a las seis, varios turistas que pasaban por el lugar descubrieron esta inmensa formación. Esto prueba que no todos los círculos se forman por la noche y que fue construido mucho más deprisa de lo que podrían haberlo hecho unos bromistas.

Capítulo 6

La geometría sagrada en la arquitectura



En este capítulo estudiaremos algunos de los más importantes edificios que incorporan geometría sagrada, como las pirámides de Egipto y el templo de Salomón. Las clásicas líneas del Partenón encierran una geometría tan compleja que su constructor sintió la necesidad de escribir un libro sobre ella; sin embargo, es tan simple que puede sumarse con unos cuantos números.

Vamos a ver cómo los romanos continuaron la tradición de la geometría sagrada y cómo la verdadera naturaleza del «hombre de Vitruvio», de Leonardo da Vinci, no es otra cosa que un ejercicio para determinar la relación entre el codo y las dimensiones del hombre perfecto.

Las dimensiones del templo de Salomón que descubrieron los cruzados inspiraron la construcción de catedrales góticas por toda Europa. Estudiaremos en detalle la geometría de la catedral de Chartres, con su simbólico laberinto del suelo, y los diseños de la fachada de la catedral de Milán, basados en una serie de círculos concéntricos y separados entre sí por intervalos iguales y significativos. En Inglaterra, sir Christopher Wren construyó la catedral de San Pablo e incorporó números solares arquetípicos, como el 666 y el 365, a su estructura.

Finalmente, el movimiento para construir partiendo de diseños más orgánicos ha pasado la antorcha de la construcción sagrada: de los edificios religiosos a la arquitectura secular.

La geometría de las pirámides

El tema de las pirámides hace pensar a la mayoría de las personas sólo en la Gran Pirámide y sus vecinas inmediatas. De hecho, la Gran Pirámide no es más que la mayor de una serie de más de treinta y cinco de estas construcciones, que se prolongó durante un largo periodo de la historia de Egipto.

A pesar de la aparente similitud entre las pirámides, lo cierto es en que algunas de ellas se llevó a cabo un cierto grado de experimentación en la pendiente, altura y longitud de la base. Una de ellas, la Pirámide Romboidal, cambia su inclinación a la mitad. Las cifras modernas de la altura de una pirámide son en ocasiones especulativas, porque calcular la altura y pendiente de una estructura que ha perdido su punta y gran parte de su recubrimiento parece geométricamente simple, pero en la práctica puede resultar muy problemático. Allí donde existe poca seguridad, doy el número redondo de codos reales más cercano, siempre manteniéndome dentro del margen de exactitud definido por un agrimensor moderno.

El seked

El más importante de los cálculos realizados por los egipcios para las pirámides es el del seked. Si comprobamos el seked de todas las pirámides, encontraremos un abanico de valores que va desde 3,5 (Iput I) a 7,7 (Senusret II), pero destacan dos grupos: las pirámides con un seked exacto de 5,25 y las que lo tienen de 5,5. Resulta interesante observar que las pirámides con el mismo seked están también geográficamente próximas.

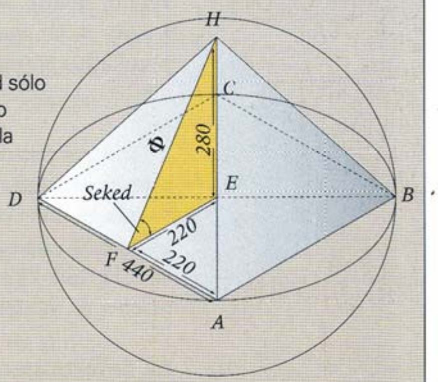
El cálculo del seked

Del papiro matemático egipcio Rhind deducimos que existía una cierta cantidad de problemas aritméticos básicos, entre los que se incluía el cálculo de la pendiente (o seked) de una pirámide. Uno de dichos problemas era el siguiente: si la altura de una pirámide es de 8 codos y la base tiene 12 codos, ¿cuál es el seked?

El seked de una pirámide es la medida de la pendiente o inclinación de una cualquiera de sus cuatro caras triangulares en relación con el plano horizontal de la base. Para realizar este ejercicio vamos a utilizar el codo real:

1 codo real = 7 palmos = 28 dedos

El seked se expresa normalmente, como tantos palmos horizontales, por una subida de un codo vertical; en términos geométricos modernos, la cotangente del ángulo de inclinación de las caras triangulares. Para averiguar la respuesta al problema de Rhind sólo tenemos que dibujar el triángulo rectángulo FEH. Recuerda que la distancia FE es igual a la mitad de la longitud de la base, o medio DA:



Altura = 8 codos
Mitad de la base = $\frac{12}{2}$ =
= 6 codos
Expresado en palmos =
= 7 × 6 = 42 palmos
Por tanto, el seked = $\frac{42}{8}$ = 5,25 palmos = 5 palmos y 1 dedo

Esta figura es la respuesta correcta dada en el papiro. Otros tres problemas que figuran en el mismo escrito estaban basados en la misma razón de seked 5,25, lo que demuestra su importancia en el diseño de las pirámides.

LAS PIRÁMIDES Y SUS DIMENSIONES

Pirámide del faraón	Emplaza-miento	Longitud de la base (metros)	Altura (metros)	Pendiente (altura dividida por base/2)	Longitud de la base (codos)	Altura (codos)	Seked (base × 7 dividida por altura × 2)
Userkaf	*Saqqara*	*73,27*	*48,84*	*1,333*	*140,00*	*93,33*	*5,2500*
Pepi I	*Saqqara*	*77,98*	*51,98*	*1,333*	*149,00*	*99,33*	*5,2500*
Teti	*Saqqara*	*78,50*	*52,33*	*1,333*	*150,00*	*100,00*	*5,2500*
Djedkare	*Saqqara*	*78,50*	*52,33*	*1,333*	*150,00*	*100,00*	*5,2500*
Pepi II	*Saqqara*	*78,50*	*52,33*	*1.333*	*150,00*	*100,00*	*5,2500*
Khafre	*Giza*	*215,09*	*143,39*	*1,333*	*411,00*	*274,00*	*5,2500*
G 3a	*Giza*	*43,96*	*27,97*	*1,273*	*84,00*	*53,45*	*5,5000*
G 1c	*Giza*	*46,05*	*29,31*	*1,273*	*88,00*	*56,00*	*5,5000*
G 1a	*Giza*	*46,05*	*29,31*	*1,273*	*88,00*	*56,00*	*5,5000*
G 1b	*Giza*	*48,15*	*30,64*	*1,273*	*92,00*	*58,55*	*5,5000*
Niuserre	*Abusir*	*78,50*	*49,95*	*1,273*	*150,00*	*95,45*	*5,5000*
Menkaure	*Giza*	*104,67*	*66,61*	*1,273*	*200,00*	*127,27*	*5,5000*
Snefru	*Meidum*	*143,92*	*91,58*	*1,273*	*275,00*	*175,00*	*5,5000*
Khufu	*Giza*	*230,27*	*146,53*	*1,273*	*440,00*	*280,00*	*5,5000*

En la tabla de pirámides (véase arriba) podemos comprobar que las dos razones de seked más comunes eran:

- 5,25: en las pirámides de Userkaf, Pepi I, Pepi II, Khafre, Teti y Djedkare.
- 5,50: en las pirámides de Khufu, Snefru, Menkaure, Niuserre y las cuatro pequeñas de Giza.

Estos dos sekeds están basados en razones simples de números enteros: el seked 5,25 está basado en una razón altura: base de 2:3; el seked 5,50 está basado en una razón altura: base de 7:11. Todos los sekeds están basados en razones de números enteros igual de directas.

La determinación de la altura exacta

Estos sekeds no son ni arbitrarios ni aproximados. Por ello, resulta útil volver a calcular la altura de algunas de estas pirámides utilizando el seked exacto y la medida de la base (que suele ser más fácil de medir con precisión que la altura).

- El seked de 5,25 estaba basado en el triángulo pitagórico de lados 3:4:5 (véase página 17).
- El seked de 5,50 estaba basado en la geometría del círculo

Veamos ahora por qué se hace así. Sin embargo, para que tenga algún sentido, antes debemos examinar otros dos datos de la geometría: la división del codo real en 7 palmos y el valor de *pi* (π) para establecer el valor del área y la circunferencia de un círculo.

En primer lugar, observemos la división del codo real. La división de un codo real en 7 × 4 = 28 dígitos es un paralelo de las veintiocho casas lunares. Sin embargo, dado que 7 es un número primo y mágico, parece bastante raro utilizarlo como medida de longitud, puesto que no puede dividirse exactamente por ningún otro número. En otros sistemas de medición, las longitudes suelen dividirse entre, por ejemplo, 2, 4, 8, 10 ó 12. Con estos sistemas es más fácil dividir objetos en mitades o tercios. Pero el antiguo codo real egipcio no posee una división tan sencilla. Enseguida veremos el porqué.

Las dimensiones de una pirámide están relacionadas con el círculo y 7/11

Se dice que la distancia alrededor de la base de la Gran Pirámide es exactamente igual a la circunferencia de un círculo cuyo radio mida la altura de la pirámide. Resolvamos el problema en codos:

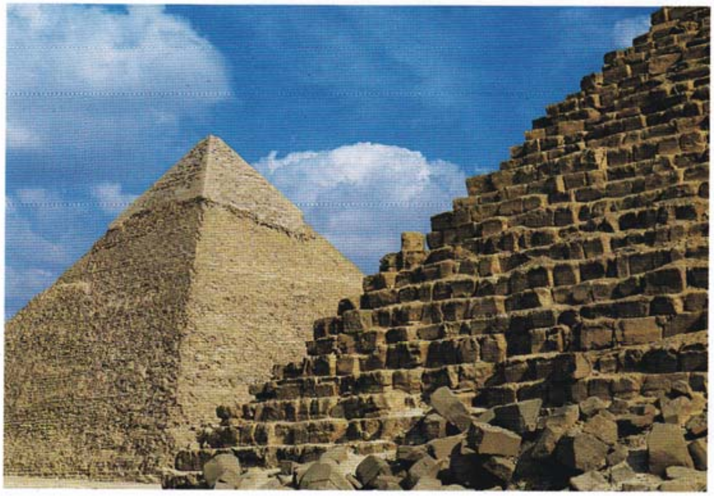
Distancia alrededor de la base (ABCD) =
= 4 × lado = 4 × 440 = 1760
Circunferencia de un círculo = 2 π × r =
= 2 π × altura = 2 × 22/7 × 280 = 1760

Observemos ahora el valor de *pi* (π) usado en el cálculo del área y la circunferencia de un círculo. Hoy en día luchamos con el interminable número decimal 3,1415... para representar este valor. Sin embargo, si utilizamos números enteros simples, podemos representarlo como 22/7. Usemos este valor para extender y simplificar estas fórmulas:

Área de un círculo $= \pi \times r^2 = \frac{22}{7} \times r^2$
Circunferencia de un círculo $= 2\pi \times r$
$= 2 \times \frac{22}{7} \times r$
$= r \times \frac{44}{7}$

De aquí deducimos que un círculo cuyo radio mida 7 codos tiene una circunferencia de $7 \times 44/7 = 44$ codos. Esto significa (al dividir ambos lados de la ecuación entre 7) que un círculo cuyo radio mida 1 codo tiene una circunferencia de 44 palmos. A partir de aquí es fácil calcular la circunferencia de cualquier círculo con un radio de cualquier cantidad de codos dando la respuesta en palmos. Por ejemplo, 3 codos = $3 \times 44 = 132$ palmos de circunferencia. Y todo con preciosos números enteros y sin ningún desagradable decimal.

Ahora podemos ver por qué los egipcios eligieron dividir su codo real entre 7: para que la medición circular fuese muy sencilla. Vistos los dos puntos anteriores, queda claro por qué los egipcios adoptaron un seked de 5,5 para muchas de sus pirámides. Dado que la razón correspondiente de 7:11 ya contiene los elementos numéricos de π (7 y 22), existe una relación directa entre los elementos principales de la arquitectura de la pirámide: el cuadrado (base), el triangular (lado) y el círculo (la figura perfecta). Los números 7 y 11 se encuentran también en otros aspectos de la Gran Pirámide: por ejemplo, hay siete ménsulas haciendo contrapeso a cada lado de la Gran Galería.



ARRIBA. Las pirámides de Keops y Kefrén, dos de las situadas sobre la meseta de Giza. Herodoto afirmó que había túneles bajo la primera, pero no bajo la segunda.

El uso de Φ en la Gran Pirámide

En la misma ilustración que utilizamos para calcular el seked (véase página 117), observa el triángulo vertical HEF que se forma al cortar la pirámide por la mitad de una de sus caras. Ahora calcularemos lo que se ha denominado «triángulo de la Gran Pirámide», con dimensiones en codos de 280 para HE (altura) y 220 para FE (mitad de la longitud de la base de 440 codos). Si dividimos ambas dimensiones entre 220, reducimos la base a la unidad y el resultado que obtenemos es el siguiente:

Altura: 280/220 = 1,2727′ (′ indica que 2727 se repite indefinidamente) $= \sqrt{\Phi}$
Base: 220/220 = 1
Por tanto, la hipotenusa $HF^2 = (\sqrt{\Phi})^2 + 1^2 =$
$= \Phi + 1$
Con lo que la hipotenusa $HF = \sqrt{\Phi} + \sqrt{1}$ **(sacando la raíz cuadrada de ambos lados)** $= \Phi$ **(lo que supone un caso especial para** Φ**)**

Así, si consideramos que existe una relación entre Φ y el crecimiento, quizá la Gran Pirámide tenga más que ver con la fertilidad y el crecimiento que con la muerte y la otra vida.

El secreto de Herodoto

Herodoto de Halicarnaso (siglo V aC.), al que a menudo se le denomina «padre de la historia», escribió, en un libro titulado Historias, *datos acerca de las pirámides de Egipto que había recogido de la observación directa y de discusiones con sacerdotes egipcios.*

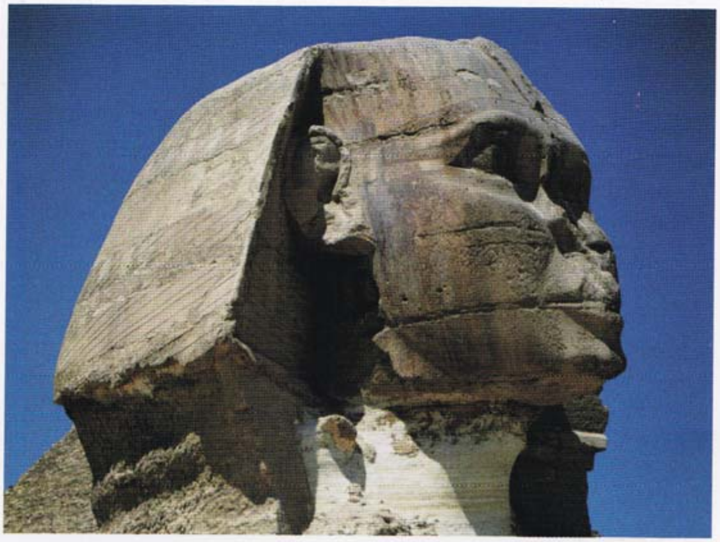
ARRIBA. Herodoto nos ha proporcionado la descripción más antigua, y probablemente más clara, de la Gran Pirámide tal como estaba en el siglo V aC.

ABAJO. Cabeza de la enigmática Esfinge, a la que curiosamente Herodoto no menciona, a pesar de su antigüedad.

A pesar de ello, los estudiosos han acostumbrado a despreciar los puntos de vista de Herodoto sobre las pirámides. Sin embargo, recientemente han empezado a interesarse por ellos, porque muchos de estos escritos del antiguo historiador acerca de Grecia y de otros países han empezado a verse confirmados por los descubrimientos arqueológicos.

Y ¿qué es lo que escribió acerca de la geometría de las pirámides? Daba la dimensión de su altura como de 8 pletros (29,608 metros). Si convertimos esto en unidades de medición modernas, obtenemos lo siguiente:

$$8 \times 29{,}608 = 236{,}864 \text{ metros}$$



Este número es demasiado grande. Sin embargo, si dividimos la cifra de Herodoto entre Φ (1,6180339887...) obtenemos exactamente 146,39 metros. Según los cálculos más exactos, la altura de la Gran Pirámide era de 146,53 metros, casi lo mismo.

A menudo se critica a Herodoto por una enorme inexactitud, pero yo creo que en este caso los sacerdotes le habían dicho la cifra absolutamente correcta, aunque él omitió añadir que esta cifra tan maravillosamente redonda de 8 debía ser dividida entre Φ para obtener los pletros griegos. Pudo suceder así, porque Herodoto habló con el sacerdote a través de un intérprete.

Otra posibilidad es que los egipcios pudieron haber utilizado el término *plethron* para indicar una unidad que fuera Φ veces menor que el significado común griego del término, en cuyo caso un pletro egipcio valdría exactamente 35 codos reales.

Bajo la Gran Pirámide

Herodoto nos recuerda que, en su tiempo, las pirámides todavía estaban recubiertas de piedra caliza pulimentada, lo que hacía más fáciles las mediciones exactas. También cita la longitud que aparecía escrita en las piedras del recubrimiento, que por desgracia fueron desmontadas en la época islámica (siglo VII) y llevadas a El Cairo para construir mezquitas.

Herodoto menciona más de una vez que las cámaras subterráneas ya habían sido excavadas bajo la meseta de Giza antes de que se construyera la Gran Pirámide. Yo creo que la

Numerología griega de la pirámide

Isopsefia es la palabra griega que denomina a la numerología, la conversión de letras en números. Esta práctica estaba muy extendida en la cultura griega. Es interesante, por tanto, aunque quizá sólo una coincidencia, el hecho de que las dimensiones en codos de la Gran Pirámide aporten una muy curiosa isopsefia. Tomemos la dimensión de la base, medida en codos reales:

Mitad de la base = 220 = *ολον* = = perfecto = *οικον* = templo

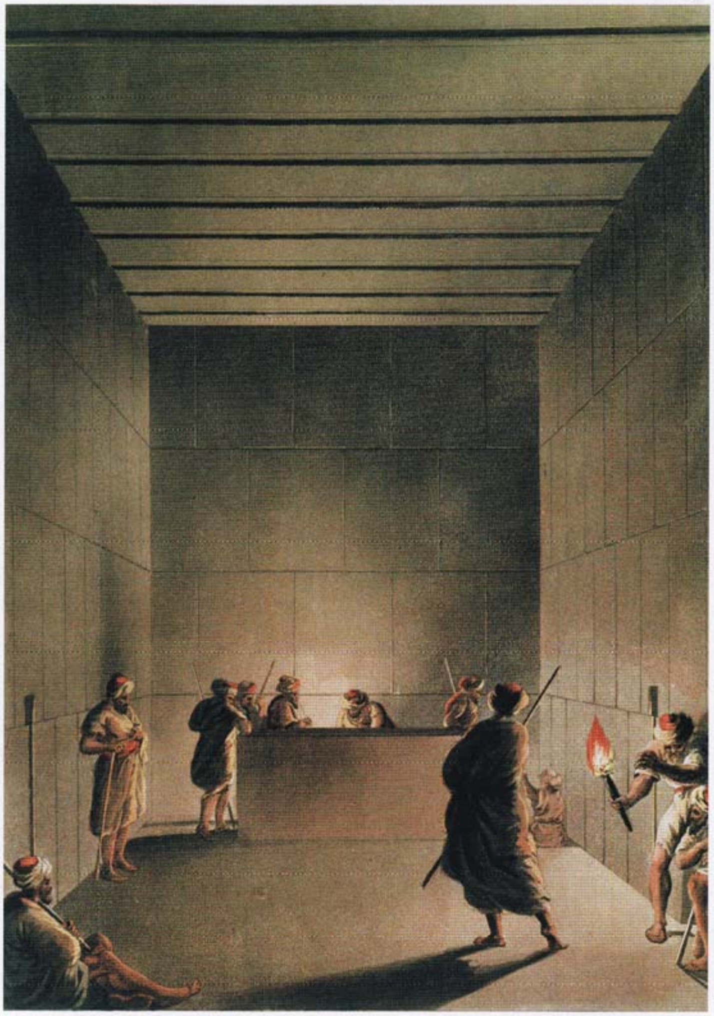
Base completa = 440 = *ο οικοσ* = el templo = *οροσ* = montaña (o límite) = = *η καταβολε* = fundación = *απαντη* = por todas partes

El término egipcio para denominar la pirámide se traduce como «horizonte». Así, una descripción especulativa de una pirámide sería: «la fundación de la montaña del templo perfecto que se extiende hasta el horizonte (por todas partes)», lo que no supone una mala interpretación.

Siguiendo el mismo método, comprobamos que la dimensión de la altura tiene un cierto aire monoteísta:

Altura = 280 = *σοι* = «a ti» = *ιοξ* = uno

Resulta sugerente, pero no concluyente.



ARRIBA. La cámara real con su extraño «sarcófago», que no contuvo nunca el cuerpo de Keops, el rey que construyó la pirámide.

clave de su emplazamiento y su extensión están fijadas por la geometría euclidiana simple, que relaciona la Esfinge con las cercanas pirámides, y que sólo es cuestión de tiempo el que sea descubierta. Herodoto hace mucho hincapié en el hecho de que bajo la pirámide de Kefrén (junto a la de Keops) no existe ninguna red de cámaras subterráneas.

Al hablar acerca de la otra pirámide, Herodoto afirma (2:148): «La aproximación a la pirámide se había construido bajo tierra.» Esto sugiere que la entrada real a la Gran Pirámide está probablemente en el complejo subterráneo que puede abrirse a cierta distancia de la pirámide. La entrada moderna ha sido sencillamente cortada y perforada en el lateral de la pirámide por posibles asaltantes de tumbas y arqueólogos. Incluso hoy en día nadie conoce la situación de la verdadera entrada.

Las dimensiones del templo de Salomón

La sabiduría de Salomón es proverbial tanto en el judaísmo como en el cristianismo y el Islam. Por ello, si diseñó un templo para el Señor, podemos estar seguros de que utilizó la mejor y más sagrada geometría. Afortunadamente, la Biblia nos proporciona una descripción detallada de sus dimensiones.

La estructura del templo

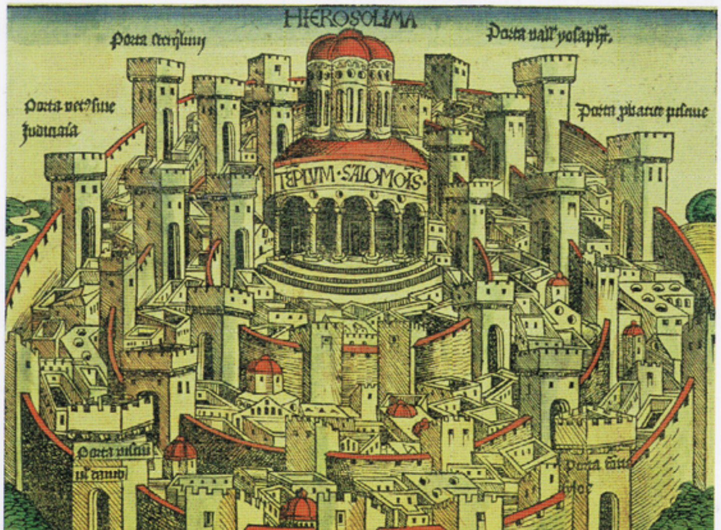
A la hora de elegir los arquitectos, canteros, constructores, artesanos e incluso los materiales que necesitaba para construir su templo y erigir un santuario permanente para el Arca de la Alianza, Salomón dirigió su mirada a las viejas culturas de Fenicia y Tiro.

En aquel tiempo, el templo de Melqart, en Tiro, era uno de los más grandiosos de la región y resulta extraordinaria la forma en que su planta se parece a la del templo de Salomón, que probablemente seguía el diseño fenicio tradicional: un corredor exterior *(ulam)*, un patio abierto central *(heikal)* y un oráculo interior *(debir)*.

Frente a la entrada principal había dos grandes pilares (posiblemente según el estilo de los pilonos egipcios). Cada uno de ellos tenía treinta y cinco codos (18,3 metros) de altura y estaba recubierto con cien granadas doradas y ceñido con cadenas de oro

El altar de los sacrificios, situado frente a la entrada del templo, era inmenso: veinte codos (10,5 metros) cuadrados y una altura de diez codos (5,2 metros). Delante del templo se alzaba un enorme caldero de bronce lleno de agua, que en la versión de la Biblia del rey Jacobo de Inglaterra se denomina «mar». Suele describirse como lavabo, pero su inmenso tamaño me sugiere que su función era más bien la de mantener a raya a los demonios que se decía habían empleado en la construcción del templo. Tenía un diámetro de diez codos (5,2 metros), una altura de cinco codos (2,6 metros) y un poco más de treinta codos (15,6 metros) de circunferencia, y estaba sostenido por doce bueyes de bronce mirando al frente.

ABAJO. Antiguo grabado de Jerusalén que muestra, en el centro, un imaginativo dibujo del templo de Salomón que guarda muy poca relación con su descripción bíblica.



¿Cómo era de grande el templo?

Estaba construido de piedra y revestido con paneles de cedro cubiertos de oro. La habitación más interior, el oráculo, era un cubo de veinte codos (10,5 metros) exactos y estaba separado del cuerpo principal del templo. Contenía dos querubines con dos pares de alas, cada una de las cuales medía cinco codos (2,6 metros) de longitud.

Las alas de estos querubines tocaban las paredes y se tocaban entre sí, con lo que tenían una envergadura combinada de veinte codos.

Sin embargo, las dimensiones del propio templo siguen siendo tema de debate, porque si tomamos las bíblicas tal cual resulta un templo bastante modesto. Sin embargo, su segunda reconstrucción empleó unas piedras realmente gigantescas para los cimientos; estas piedras pueden contemplarse aún en Jerusalén, en el Muro de las Lamentaciones, que tiene cientos de metros de longitud. La zona pavimentada superior, que podemos suponer razonablemente que se correspondería con la planta del templo original, es inmensa.

La mezquita de la Cúpula de la Roca, que ocupa sólo una parte mínima de esta zona, mide 56 metros cuadrados.

Las dimensiones bíblicas se dan en codos antiguos. Por ello, si asumimos que éstos eran iguales a los codos reales (52,55 centímetros), las dimensiones muestran un templo muy pequeño, pero sorprendentemente *seis veces más alto que ancho*:

Longitud = 60 codos antiguos =
= 31,4 metros
Anchura = 20 codos antiguos =
= 10,5 metros
Altura = 120 codos = 62,8 metros

Éstas son exactamente las dimensiones que los templarios trajeron a Europa y que influyeron en la construcción de las elevadas catedrales góticas que datan de este periodo (véanse páginas 132-135).

Yo creo que la única explicación lógica es que, en algún momento, las dimensiones fueran trastocadas inadvertidamente. Si así fuese, las dimensiones del templo original habrían sido las siguientes:

Longitud = 120 codos antiguos =
= 62,8 metros
Anchura = 60 codos antiguos =
= 31,4 metros
Altura = 20 codos = 10,5 metros

Éste sería un edificio muy bien proporcionado. Observa que todas las dimensiones son múltiplos unas de otras y del oráculo interior. Las cifras son correctas; quizá lo único que pueda ponerse en duda sería su orden. Como ya hemos comprobado, los nombres son fundamentales en la geometría de la arquitectura sagrada.

Si calculamos el volumen del edificio utilizando estas cifras o las originales, obtenemos 60 × 20 × 120 = 144.000 codos cúbicos. He aquí una cifra significativa, pues es el número del elegido que será salvado al final de los tiempos según el Libro de las Revelaciones, así como un número relacionado con las doce tribus de Israel.

ARRIBA. Mezquita de la Cúpula de la Roca, construida en lo que probablemente fue el patio del templo de Salomón, en Jerusalén.

El Partenón

ARRIBA. Diosa Athena Parthenos, la virgen de la que recibió su nombre el templo, el Partenón.

El Partenón, el más conocido de los templos de la antigua Grecia, se construyó en Atenas, entre los años 447 y 438 aC., para sustituir al antiguo templo de Athena, que había sido destruido por los persas. El nuevo templo fue construido casi exclusivamente de mármol y requirió veintidós mil toneladas de este material.

El Partenón está construido sobre una inmensa plataforma (estilóbato) y orientado, a grandes rasgos, hacia el este. La cara oriental tiene ocho columnas y cada uno de los lados, diecisiete. El templo propiamente dicho *(cella)*, que se levanta en el interior de las columnas del estilóbato, está dividido en dos partes: una dedicada a Athena Polias y, la otra, a Athena Parthenos (la virgen), de la que toma su nombre el edificio.

El Partenón es un recinto sagrado construido por algunas de las mayores inteligencias de la cultura griega que inventó la geometría; por ello, es el ejemplo arquetípico de la geometría sagrada aplicada a la arquitectura. Sabemos que esta geometría fue compleja y deliberada, porque su arquitecto, Ictinos, escribió un libro entero para explicar su trabajo. Desgraciadamente, este libro se ha perdido.

Por eso no resulta sorprendente que, desde el final del control turco sobre Grecia en 1830, se hayan llevado a cabo numerosos intentos de deducir las reglas matemáticas que rigen la perfección de sus proporciones. Es evidente que la proporción áurea y Φ han tenido un papel protagonista en estos intentos, y muchos libros afirman categóricamente que la belleza de las dimensiones del Partenón proviene del uso de Φ, como si fuese un hecho indudable. Por desgracia, no es así. A menudo, este «hecho indudable» se afirma sin ni siquiera citar las dimensiones sobre las que el autor basa su afirmación; en ocasiones, las dimensiones que se dan están equivocadas (longitud en lugar de anchura), y a veces se argumenta, sencillamente, dibujando imaginativos rectángulos sobre fotografías oblicuas del Partenón. En el caso más llamativo, este dibujo ni siquiera está fijado a las características arquitectónicas reales por los puntos clave de la geometría. Pero la geometría, si no es exacta, no es nada.

Dimensiones frontales: sin Φ a la vista

Las dimensiones rectangulares frontales del Partenón que suelen citarse son: 30,86 metros de ancho por 13,7 metros de alto. Si dividimos estas cifras entre sí, obtenemos 2,25, que no se parece en nada al valor de Φ (1,618...) pero que es el cuadrado de 3/2 o la razón 9:4. Como veremos, el 9 tiene un papel mucho más importante que Φ en las dimensiones del Partenón.

Si calculamos un vértice estimado del frontón triangular, obtenemos 30,86 metros de ancho por 17,7 metros de alto. La división de estas dos cifras nos da 1,74, más cercano a Φ pero no lo suficientemente preciso.

Sin embargo, si calculamos las dimensiones utilizando sólo la altura de las columnas, 30,86 metros de ancho por 10,286 metros de alto, obtenemos exactamente 3,0, lo que resulta un número entero mucho más interesante. De hecho, si observamos las mediciones exactas (véase tabla), observamos que la geometría sagrada del Partenón depende casi exclusivamente de números enteros como 9 y sus submúltiplos, y no debe ser sometida a contorsiones artificiales para obtener Φ.

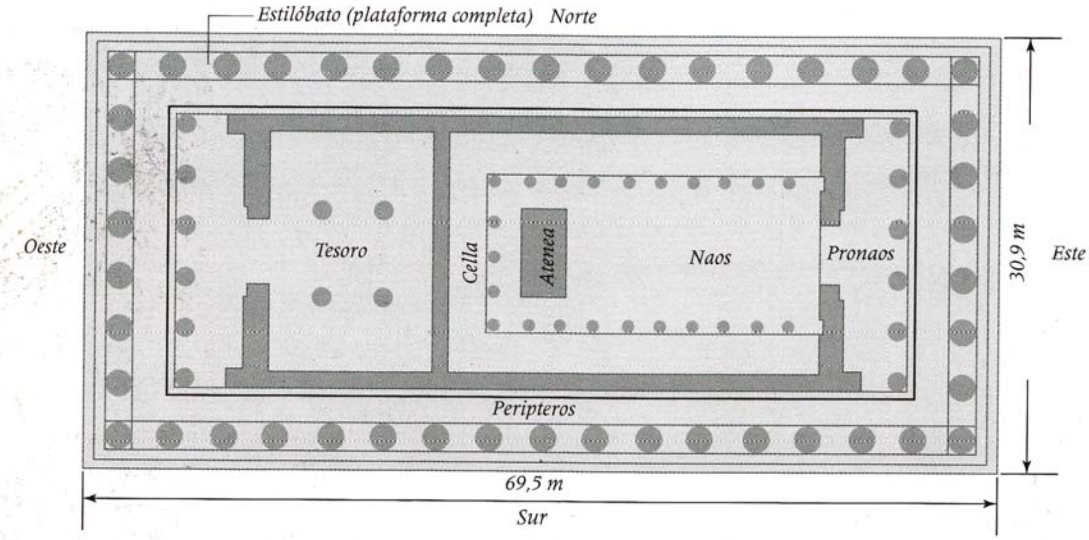
ARRIBA. Cara frontal (y más corta) del Partenón. Casi todo el templo interior y el frontón triangular situado por encima fueron destruidos por una explosión.

De hecho, la geometría real de la fachada frontal del Partenón es muy sencilla: consiste de una razón de 3 para las columnas y $(1{,}5)^2 = 2{,}25$ para el conjunto de la cara rectangular. El frontón triangular, como los griegos sabían muy bien, es una figura geométrica por derecho propio y no debe ser incluida en los cálculos rectangulares. (Las razones que incluyen este triángulo no resultan significativas, mientras que las que no lo hacen sí lo son.)

No sorprende que la razón de la base con la altura de este triángulo sea $101{,}25/(57{,}60 - 44{,}58) = 101{,}25/13{,}02 = 7{,}777777\ldots$ periódico. Un número fascinante que los griegos habrían expresado así: exactamente $7\frac{7}{9}$ (sin emplear decimales).

DIMENSIONES DEL PARTENÓN

Dimensiones del Partenón	Pie griego	Pie imperial	Metros	Pletros griegos
Estilóbato *(plataforma)*				
Anchura (fachada oriental)	*112,50*	*101,25*	*30,86*	*1,000000*
Longitud (profundidad)	*250,00*	*225,00*	*69,58*	*2,222222*
Altura de las columnas	*37,50*	*33,75*	*10,29*	*0,333333*
Altura del entablamento	*12,03*	*10,83*	*3,30*	
Altura rectangular (excluida la sección triangular)	*49,53*	*44,58*	*13,59*	
Altura de la sección triangular	*14,47*	*3,02*	*3,97*	
Altura total al vértice	*64,00*	*57,60*	*17,56*	
Cella *(templo interior)*				
Anchura (frente)	*77,78*	*70,00*	*21,34*	
Longitud (profundidad)	*155,56*	*140,00*	*42,60*	
Templo viejo				
Anchura del templo viejo	*50,00*	*45,00*	*13,72*	*0,444444*
Longitud del templo viejo	*125,00*	*112,50*	*34,29*	*1,111111*



ARRIBA. Plano del Partenón en el que se muestra la entrada por el este, y la estructura del templo interior *(naos)* y del lugar donde se guardaba el tesoro con sus dimensiones respectivas.

Dimensiones de la *cella*

Vitruvio explica que el anillo exterior de columnas, el *peripteros* (paseo), no es más que una especie de galería alrededor del templo interior propiamente dicho *(cella)*. En esencia, el *peripteros* era un lugar en el que los devotos podían resguardarse de los frecuentes chaparrones mediterráneos. El extremo frontal (u oriental) de este paseo recibía el nombre de *pronaos* («delante de la *naos*»), siendo la *naos* la zona sagrada del templo. Las dimensiones de la *cella* eran de 42,67 metros de longitud por 21,34 metros de ancho, lo que nos da una razón exacta de 2:1.

Dimensiones del estilóbato

El estilóbato es la base del templo. Si lo medimos en el escalón superior, las dimensiones del Partenón son de 68,58 metros por 30,86 metros. Si dividimos estas cifras entre sí obtenemos de nuevo 2,2222... o, como habrían escrito los antiguos griegos, 20/9.

La relación con el templo viejo

He reservado para el final la verdadera clave de las dimensiones del Partenón. Cuando los persas destruyeron el templo viejo, el encargo que recibió el arquitecto Ictinos fue el de construir un templo *exactamente* el doble de grande y el doble de magnífico.

Sin embargo, esto no es tan sencillo como parece. Si simplemente se duplican todas las medidas, al final se obtiene ocho veces el volumen del edificio anterior, lo que no cumple lo requerido. Al igual que los egipcios, los griegos estaban muy interesados en las medidas cúbicas de sus edificios, y planearon duplicar exactamente el volumen de su viejo templo destruido.

Duplicar el cubo

Si l fuese la longitud del lado original del viejo templo, el volumen (v) se expresaría como:

$v = l^3$

Para duplicar este volumen, tendremos

$2v = 2 \times l^3$

Por tanto, para obtener la nueva longitud n, debemos calcular:

$n = \sqrt[3]{(2 \times l^3)} = \sqrt[3]{2} \times l = 1{,}26 \times l$

Por tanto, para duplicar el volumen, todos los lados deben ser multiplicados por un factor 1,26.

El número 9

Observa que el número 9 figura por toda la construcción y que las proporciones de 9 producen decimales intrigantes y repetitivos que son números «puros». Así, por ejemplo:

1/9 = 0,111111 ...
2/9 = 0,222222 ...
3/9 = 0,333333 ...
4/9 = 0,444444 ...
10/9 = 1,111111 ...
20/9 = 2,222222 ...

y así sucesivamente.

Todos ellos forman números constituidos por un dígito único y repetido, distinto de 0, como 11, 22 ó 555555. De hecho, las dos unidades de medida que se utilizaron en el Partenón (el pie imperial y el pie griego) están relacionadas entre sí mediante una razón exacta de 10/9 ó 1,111111...

Si utilizamos otra medida griega de longitud, el *pletro*, que Herodoto emplea para describir las dimensiones de la Gran Pirámide, obtenemos otra serie de números repetidos (véase tabla inferior).

He aquí, por tanto, el resultado: ¡la clave para la geometría sagrada del Partenón es 9, no Φ!

RAZONES CLAVE DE LA GEOMETRÍA SAGRADA

Pie griego a pie griego recortado	*1,111111'*	*10/9*
Anchura de la cella a altura de la cella	*2,000000*	*18/9*
Longitud a anchura	*2,222222'*	*20/9*
Anchura a altura de las columnas	*3,000000*	*27/9*
Longitud a altura de las columnas	*6,666666'*	*60/9*

Trucos visuales

Uno de los trucos de geometría únicos incorporados al Partenón es una sutil deformación de las dimensiones. Esto solía tomarse como evidencia de falta de cuidado o de hundimiento, pero ahora se reconoce como algo deliberado. El diámetro de las columnas de las esquinas es ligeramente mayor y todas las columnas se abomban suavemente mientras ascienden, y se curvan hacia fuera, en concordancia con las reglas antiguas de percepción de la perspectiva.

El estilóbato no es recto, sino que tiene en el centro una curvatura hacia arriba de 60 milímetros en las fachadas este y oeste, y de 110 milímetros en los laterales. Esto no sólo permite que corra el agua de lluvia, sino que posee también un efecto visual más sutil. Las distorsiones son deliberadas, y el lado sur, el lado oeste y la altura de la esquina suroriental tienen 6 milímetros más que sus opuestas. La explicación habitual es que los arquitectos conocían la aparente curvatura de la retina del espectador, que provoca una ligera distorsión en la percepción de las líneas rectas, y pretendían compensarla.

DERECHA. Columna de un extremo del Partenón. Las columnas eran ligeramente bulbosas para compensar los efectos de distorsión del ojo humano.

La arquitectura del hombre

Es probable que la obra sobre arquitectura con mayor influencia en toda la historia haya sido Los diez libros de arquitectura, *escrita en el primer siglo de nuestra era por el arquitecto romano Marcus Vitruvius Pollo. En ella, el autor resumió las reglas de sus predecesores romanos y griegos.*

El redescubrimiento de estos libros alrededor del año 1000 favoreció e impulsó el esplendor arquitectónico del Renacimiento, que iba a producir algunos de los más bellos edificios de todos los tiempos. Estos edificios fueron diseñados por arquitectos que eran también grandes artistas, como Donato Bramante (1444-1514) y Leone Battista Alberti (1404-1472). Los libros especifican las proporciones exactas de los diferentes órdenes de columnas (dórico, jónico y corintio), unos conocimientos geométricos que se perdieron con la caída del Imperio Romano.

DERECHA. Autorretrato de Leonardo da Vinci, un auténtico hombre del Renacimiento cuyos descubrimientos estaban muy por delante de su tiempo e incluso de la época actual.

El hombre de Vitruvio

Una de las ilustraciones que Leonardo da Vinci dibujó para el libro de Luca Pacioli (véanse páginas 144-145) ha venido siendo conocida como el «hombre de Vitruvio». Su propósito esencial era ilustrar el comentario de Vitruvio de que se puede trazar un círculo, cuyo centro estaría en el ombligo, alrededor de un hombre cuyas manos estén levantadas por encima de la cabeza. Asimismo, el hombre con los brazos estirados forma un cuadrado perfecto. Este dibujo ha sugerido muchas interpretaciones y construcciones geométricas «interpretativas», en las que estaban implicados *vesica piscis* (véanse páginas 130-131), pentágonos, varias diagonales y demás, que se han dibujado sobre él en un intento de explicar asuntos diversos. Sin embargo, una medición precisa desvanece muchas de estas interpretaciones.

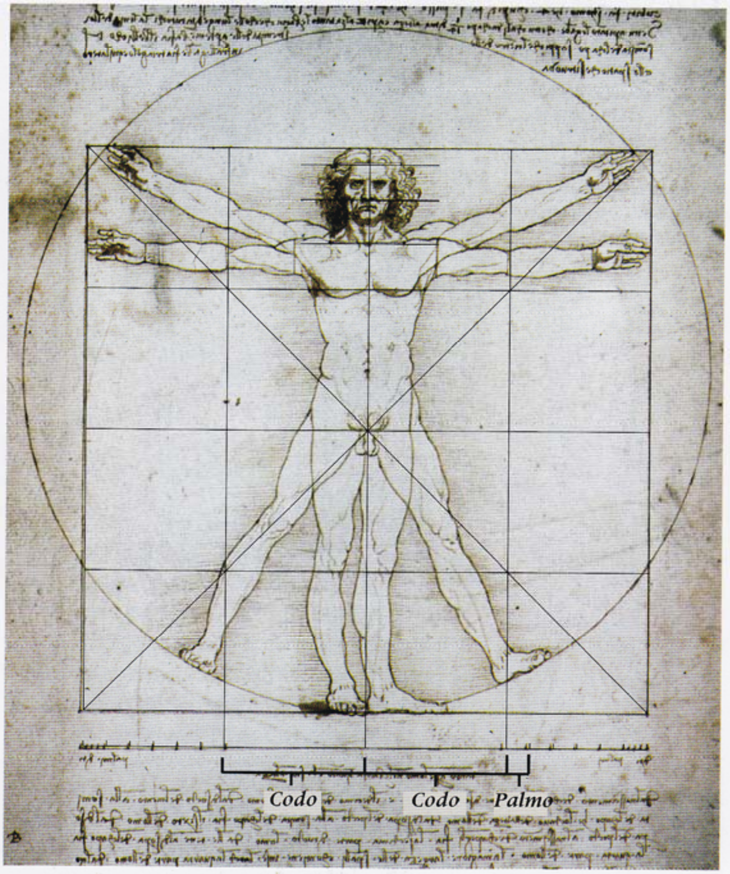
Observemos el hombre de Vitruvio. El círculo de Leonardo se ha trazado tomando como centro el ombligo, de acuerdo con la suposición de que este punto divide la altura de un hombre según la razón *phi*. Leonardo era un maravilloso observador y dibujó su hombre de Vitruvio tomando modelos reales, pero el resultado fue una razón de 1,656. Pronto descubrió que en realidad el centro geométrico del hombre está situado justo encima del pene, por lo que optó por dibujar un cuadrado que lo circunscribiera. Sus diagonales se juntan en el punto clave, exactamente en la base de ese órgano.

Los codos de Leonardo

Parece que pocas personas han leído las notas que Leonardo escribió en la misma página de su cuaderno. Si lo hubieran hecho, habrían visto que debajo del dibujo hay una escala en la que se dice «palmos». Cada codo estándar (no real) está dividido en seis palmos. Si observamos la escala de Leonardo situada debajo del dibujo, veremos que está en codos. Cada codo está dividido en seis palmos, y los últimos palmos están divididos en cuatro dedos cada uno. No hay duda de que Leonardo estaba utilizando esta ilustración para experimentar con las medidas del codo aplicadas al cuerpo humano, no con *phi* ni con pentágonos u otra interpretación elaborada.

Si observamos los brazos directamente sobre las marcas de división de los codos, veremos que también están marcados, por lo que yo he vuelto a dibujar las divisiones verticales de codos originales a partir de estas marcas. Una línea vertical dibujada desde el centro de la raya del pelo completa la división en este sentido: el hombre de Vitruvio con los brazos extendidos mide exactamente cuatro codos de ancho. Observemos las rodillas de las piernas centrales y veremos que Leonardo dibujó marcas a través de ellas, como hizo en el pene y los pezones. Si extendemos estas marcas, comprobaremos que el hombre de Vitruvio mide cuatro codos de altura. Esto es lo que Leonardo intentaba verificar o probar, y no la miríada de otras especulaciones más místicas que se han sugerido a menudo.

Un refinamiento adicional del dibujo lo constituyen las líneas horizontales de la cara, que representan la afirmación de que la cara, medida desde la línea del pelo hasta el extremo superior del esternón, se divide en dos partes iguales en la base de la nariz. He dejado sin enfatizar las demás líneas de construcción para mostrar las de Leonardo.



ARRIBA. El «hombre de Vitruvio», obra de Leonardo, cuyo propósito original era mostrar cómo la medida del codo de los antiguos egipcios podía aplicarse a las dimensiones del hombre.

Euritmia

Vitruvio afirmó: «Cuando todas las partes importantes del edificio están convenientemente establecidas en proporción mediante la adecuada correlación entre alturas y anchuras, entre anchura y profundidad, y cuando todas estas partes también tienen su lugar en la simetría total del edificio, obtenemos *euritmia*». El Renacimiento acuñó el término *commodulatio* para expresar esta auténtica simetría.

El cristianismo y lo sagrado femenino

El vesica piscis *(o* ichthys*) es un símbolo formado por dos círculos del mismo radio que se cortan de manera que el centro de cada uno de ellos se encuentre sobre la circunferencia del otro. Las palabras latinas significan, literalmente, «vejiga del pez».*

Se cree que, antes del cristianismo, el *vesica piscis* también expresaba el sentido de «vulva» o «matriz». La Diosa Madre era a menudo representada con senos colgantes, amplias caderas y una vulva muy conspicua. Esto es el *vesica piscis* vertical, que más tarde los cristianos giraron noventa grados y adoptaron como símbolo, mucho antes de que la cruz del calvario se convirtiera en el principal. Es interesante observar cómo un símbolo de plenitud precedió a otro de muerte.

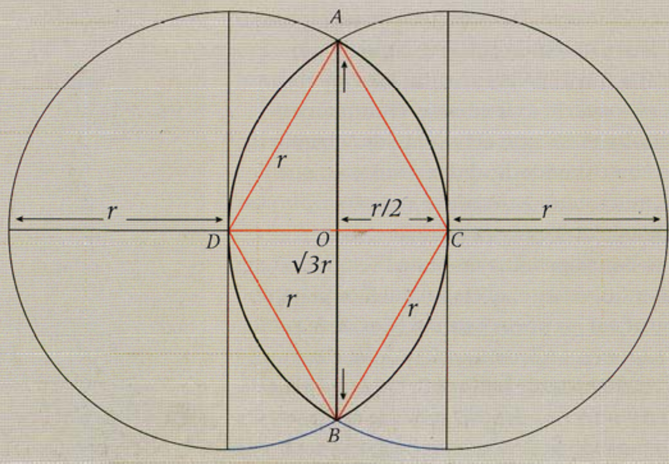
Los primeros cristianos del Imperio Romano debían protegerse y mantener sus lugares de reunión en secreto. Para señalar el camino hacia sus siempre cambiantes centros, desarrollaron el símbolo del *vesica piscis* con una cola (un pez) que podían pintar sobre las pareces antes de una reunión y borrar más tarde.

¿Por qué eligieron el símbolo de un pez?

La palabra griega *ichthys* significa «pez». Existen varias hipótesis acerca de por qué se eligió un pez. Una de ellas hace referencia al relato bíblico en el que Jesús alimentó milagrosamente a cinco mil personas con panes y peces. Otra se refiere a su descripción

Cálculo de la longitud del *vesica piscis*

Empleando el triángulo rectángulo pitagórico COB y suponiendo un radio = 1:
Hipotenusa $CB^2 = OB^2 + CO^2$
Por tanto, $OB^2 = CB^2 - CO^2$
$OB^2 = 1^2 - (\frac{1}{2})^2$
$OB^2 = 1 - \frac{1}{4} = 0{,}75$
$OB = \sqrt{0{,}75} = 0{,}8660254$
Por tanto,
$AB = 2 \times OB = 2 \times 0{,}8660254 = 1{,}7320508$
Que resulta ser $\sqrt{3}$.
Por tanto, la longitud AB del *vesica piscis* es $\sqrt{3}$.



IZQUIERDA. Cubierta moderna del Chalice Well, cerca de Glastonbury Tor, que muestra un *vesica piscis,* símbolo tanto de lo sagrado femenino como de la primera cristiandad.

como «pescador de hombres». También pudo deberse, sencillamente, a que la profesión de pescador era la ocupación anterior de algunos de sus discípulos.

La isopsefia (suma numérica) de las letras griegas de «pez» suman 1.219. Otras frases griegas también suman esta misma cantidad, como «el omega», en referencia a Cristo como «alfa y omega», o principio y fin. También «alegría y felicidad» y «la palabra del Padre» suman lo mismo.

La geometría del *vesica piscis*

El *vesica piscis* se realiza dibujando dos círculos, cuyos centros sean C y D y que se crucen entre sí en los puntos A y B, de forma que el centro de cada uno de ellos esté sobre la circunferencia del otro. Así, obtenemos una figura en la que la anchura (CD) es evidentemente un radio, o *r*, y en la que se forman dos triángulos equiláteros (ACD y DCB).

Si dibujamos una línea vertical entre los dos puntos de intersección de los círculos (AB), la longitud del *vesica piscis* puede ser calculada como $\sqrt{3}$ ó 1,7320508...

La razón longitud:anchura del *vesica piscis* fue expresada por Pitágoras (que la consideraba una figura sagrada) como 153:265, una razón conocida a veces como «la medida del pez». En la Biblia, cuando Jesús ayuda a sus discípulos a pescar, coge exactamente 153 peces. Esta razón de 153:265 es a veces más aproximada a 15:26.

Los artistas del Renacimiento a menudo rodeaban las imágenes de Jesucristo con el *vesica piscis,* y más tarde también se empleó para enmarcar imágenes de la Virgen María. A veces se puede ver en forma almendrada, y en este caso recibe el nombre de *mandarla* («almendra», en italiano). En el arte cristiano, algunos halos aparecen con forma de *vesica piscis* vertical. Los sellos de las organizaciones eclesiásticas están a menudo encerrados dentro de una de estas figuras, un formato copiado por Aleister Crowley. Una versión más moderna y secular es la pelota que se utiliza en rugby, que recuerda a un *vesica piscis* tridimensional.

ARRIBA. Triquetra univiaria, una figura generada a partir de tres *vesica piscis.*

La catedral de Milán

La construcción de la catedral de Milán fue un proyecto largo que sufrió grandes retrasos y muchos cambios y planos nuevos. Durante el gobierno del duque Francesco Sforza, varios artistas trabajaron en el edificio, y tanto Leonardo da Vinci como Bramante se ocuparon de las proporciones de la cúpula.

Los planos, publicados en 1521 por el arquitecto César Caesariano, suelen citarse en obras sobre geometría sagrada, pero se trató de un trabajo teórico que no llegó a ponerse en práctica. El presente aspecto del Duomo de Milán no se corresponde con esos planos excepto en determinados componentes básicos, como el número de puertas de entrada. Sin embargo, estos planos nos dan una idea de los métodos que utilizaban los arquitectos de la época.

Círculos concéntricos

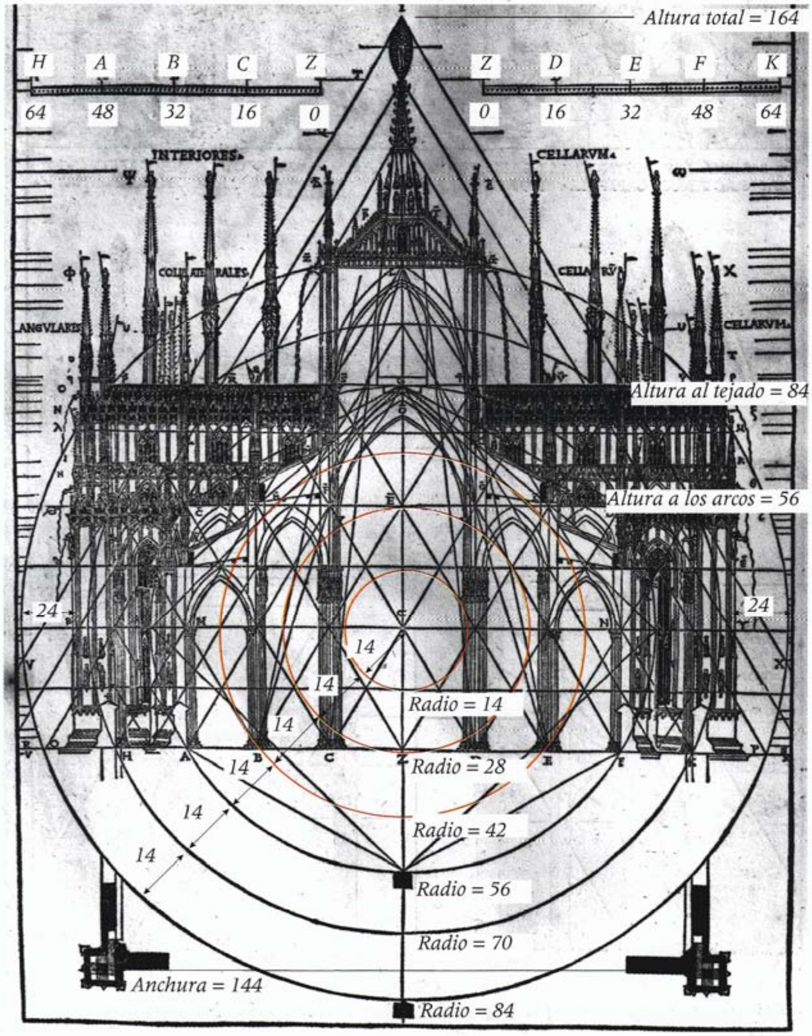
La primera cosa que llama la atención son las líneas triangulares que se dibujan desde el pináculo de la torre, lo que algunos escritores han sugerido que indica que los planos son un ejemplo de diseño *ad triangulum* (basado en el triángulo). La realidad es muy distinta y la elevación frontal de la catedral está basada en una serie de círculos concéntricos separados entre sí por catorce unidades. La clave está en la C marcada en el plano, justo sobre su centro. Aunque Caesariano sólo dibujó tres círculos, resulta obvio que empleó seis para elaborar su plano, y yo me he tomado la libertad de dibujar el resto. Por orden correlativo y empezando por el menor, estos círculos señalan lo siguiente:

- La anchura de los pilares de la puerta principal basados en C y D, así como la altura de las puertas del lado exterior.
- El nivel del suelo y punto central de la puerta principal, marcado como Z, y la línea E-barra, que señala la parte superior de los dos arcos góticos situados a los lados de la puerta principal.
- La posición de los pilares basados en B y E (radio 42).
- La posición de los pilares basados en A y F, y el nivel de alineamiento del tejado plano con G (radio 56).
- La posición de los pilares basados en H y K (radio 70).
- La base del tejado central de la torre marcado N^1- R^1 y los extremos del tejado plano principal (radio 84).

Las dos reglas

He dibujado los tres círculos centrales para mostrar el radio de construcción completamente regular y en disminución, que en todos los casos mide exactamente catorce unidades. Empleo el término «unidades» porque Caesariano marca

DERECHA. La catedral de Milán en la actualidad, tras los muchos cambios sufridos en su diseño.



dos escalas en la parte superior de su diseño, pero no identifica sus unidades. Todo el plan de la estructura está basado en estas dos reglas: HZ y KZ, cada una de las cuales tiene sesenta y cuatro divisiones. Estas escalas nos permiten averiguar todas las proporciones importantes y apreciar la armonía del diseño.

Con estas reglas pueden desentrañarse las proporciones de la fachada. Por ejemplo, la anchura total de la catedral es de 144 unidades, un número bíblico recurrente utilizado en el Libro de las Revelaciones para indicar la cantidad de almas que se salvarán, así como varias dimensiones de la Nueva Jerusalén:

Altura hasta el extremo de la aguja = 168 = 12 × 7 × 2 unidades

Altura hasta el tejado plano superior = 84 = 12 × 7 unidades

Anchura = 144 = 12 × 12 unidades

Diámetro del círculo principal = = 168 = 12 × 7 × 2 unidades

Radio entre los círculos = = 14 = 7 × 2 unidades

Podemos ver, por tanto, que el coeficiente de esta catedral es una interacción entre 12 y 7, y no *phi*, como todos los demás analistas parecen señalar. Además, lo que rige toda su geometría es la interacción entre círculos, cuyo radio aumenta en 14 (7 × 2) a cada inscripción; las líneas horizontales generadas por estos círculos aportan las proporciones verticales. Las construcciones triangulares llegan mucho más tarde, basadas en los círculos y las líneas horizontales. Son sencillamente el modo de fijar la altura de los componentes de la torre.

Todos los círculos tienen su centro en el punto C, que es exactamente un tercio de la altura de la línea del tejado plano. El diámetro del círculo mayor es exactamente igual a la altura de la estructura completa.

ARRIBA. Diseño original de César Caesariano (1521), basado en una serie de círculos concéntricos uniformemente espaciados y en un coeficiente de 12 y 7 unidades: el Zodíaco y los siete planetas.

La Catedral de Chartres

Parte de la reconstrucción de la catedral de Chartres se inspiró en San Bernardo de Clairvaux (1090-1153), uno de los eclesiásticos más influyentes de su época, que en ocasiones ha recibido el sobrenombre de «segundo fundador» de la orden monacal del Cister. Bernardo fue elegido por el Papa, en 1145, para impulsar la Segunda Cruzada y fue el responsable de diseñar los reglamentos de la Orden del Temple, cuyo cuartel general estaba establecido en las ruinas del templo de Salomón, en Jerusalén.

La semilla de la que creció la arquitectura gótica pudo haber sido el enorme interés generado por las proporciones del templo de Salomón original (véanse páginas 122-123), que parecía especificar un tejado extraordinariamente alto. Chartres proporcionó las raíces de la inspiración y los conocimientos técnicos para muchas de las demás grandes catedrales góticas, en particular en lo referente al diseño de los contrafuertes volados (que también se refleja en las habitaciones de tres pisos de altura que sobresalen a ambos lados del templo de Salomón). Las dos torres de Chartres son de estilos y tamaños muy diferentes, y pudiera ser que reflejaran los pilares de Jachin y Boaz del templo de Salomón, que representan a la Luna y al Sol, como se demuestra por las imágenes de un sol y una luna en sus agujas.

La geometría de los contrafuertes volados (véase ilustración) debía ser calculada con gran precisión para transferir el enorme peso del tejado hacia abajo, hacia el suelo, y no hacia fuera, lo que habría derrumbado las paredes. Esta geometría está basada en círculos. Los centros de éstos en este corte transversal de un contrafuerte caen sobre la misma línea vertical Y^1Y^2 dibujada a lo largo de la pared. Estos tres centros de los círculos se corresponden también con los tres niveles principales (marcados H^1, H^2 y H^3).

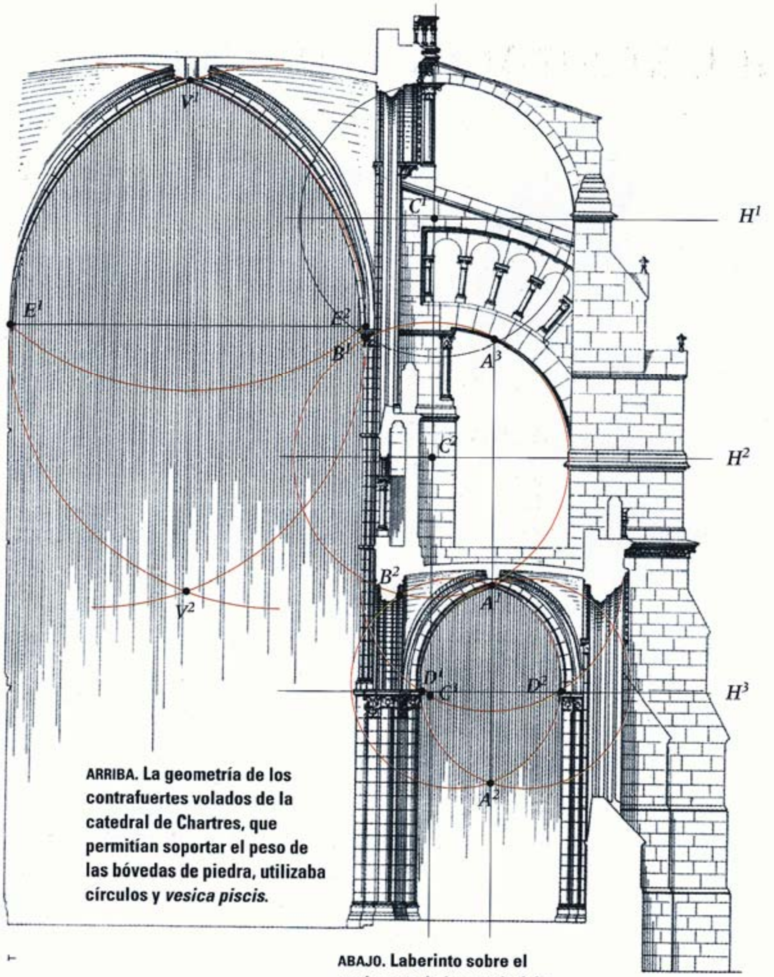
- Podemos ver con claridad que el arco del contrafuerte superior está basado en un círculo cuyo centro es C^1.
- Justo debajo de él, el círculo cuyo centro es C^2 proporciona la línea del arco para la curva del contrafuerte principal.
- Debajo se sitúa un círculo cuyo centro es C^3, que define el lado derecho del arco gótico al nivel del suelo.
- El lado izquierdo de este arco se genera por un círculo entrelazado, que crea el *vesica piscis* A^1A^2, cuya línea central forma el nivel H^3.
- Finalmente, el gran arco gótico interno, a la izquierda, se forma a partir del *vesica piscis* V^1V^2, basado en E^1E^2, un nivel establecido exactamente a la mitad entre H^1 y H^2.
- Muchas otras relaciones geométricas y proporciones aúnan esta estructura tan equilibrada, como por ejemplo que la altura H^2 mide el 0,666 de la altura H^1.

El laberinto de Chartres

Chartres es la única catedral que conserva un laberinto de piedra en el suelo. La costumbre de situar laberintos en los suelos de las iglesias es muy antigua; por ejemplo, se construyó uno en la iglesia de San Vitale, en Rabean, en el siglo VI.

Durante las Cruzadas que se organizaron en los siglos XI y XII, se empezaron a utilizar laberintos como un sustituto de la peregrinación a Jerusalén; incluso se les denominaba *chemins de Jerusalem*. Los cristianos que no podían viajar a aquella ciudad recorrían los laberintos, muchas veces de rodillas, como penitencia. Las galerías del laberinto de Chartres marcan un recorrido de 261 metros (858 pies). Se da la interesante coincidencia de que el valor numérico de la palabra griega *muesis*, o «iniciación», es 858.

El laberinto de Chartres tiene once circuitos, lo que significa que desde uno de los extremos hasta el centro encontramos once circuitos, o galerías, formados por doce círculos concéntricos. Es univiario, es decir, no contiene más que una sola galería. El uso cristiano cambió por completo el simbolismo del laberinto: en lugar de ser un sitio del que escapar (la cueva del Minotauro), el centro se convirtió en el objetivo: el Jerusalén espiritual.



ARRIBA. La geometría de los contrafuertes volados de la catedral de Chartres, que permitían soportar el peso de las bóvedas de piedra, utilizaba círculos y *vesica piscis*.

ABAJO. Laberinto sobre el pavimento de la catedral de Chartres, que simboliza la peregrinación a Jerusalén.

Las lunas que rodean al laberinto

El borde exterior del laberinto de Chartres está marcado por un círculo de 144 medias lunas, de las cuales dos sólo aparecen en parte para permitir la entrada. Esto sugiere un simbolismo lunar del laberinto, pues en cada cuarto encontramos 28, y 28 × 4 = 112. En el sello de los templarios también figuraba una gran media luna.

La Catedral de San Pablo

Sir Christopher Wren, experto en cuatro áreas relacionadas con la geometría sagrada, no fue sólo un excelente arquitecto, sino también un competente matemático, astrónomo y metrólogo. Colaboró con Kepler en sus estudios sobre las órbitas y con Newton en sus trabajos sobre la fuerza de gravedad.

ARRIBA. Sir Christopher Wren, arquitecto de San Pablo y de muchas otras iglesias de la City de Londres, fue también un experto astrónomo, polimatemático y metrólogo.

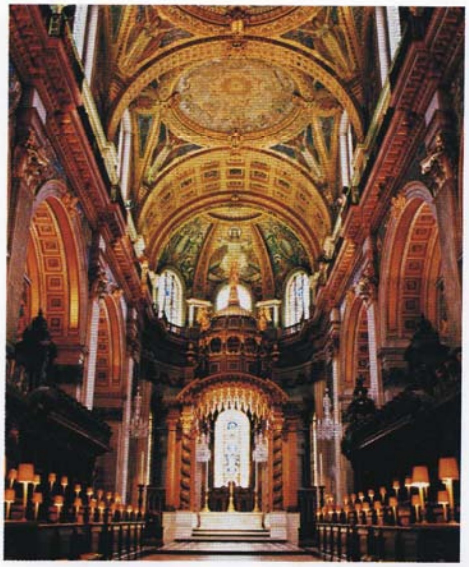
Tras el gran incendio de Londres del año 1666, Wren tomó parte en el replanteamiento de toda la ciudad y supervisó la reconstrucción de no menos de cincuenta y una iglesias. En 1657 fue nombrado profesor de Astronomía en el Gresham College de Londres y Savilian Professor de Astronomía en Oxford entre 1661 y 1673. Fue después de ocupar este cargo cuando realizó sus más importantes contribuciones a las matemáticas.

Sir Isaac Newton, que no acostumbraba a alabar demasiado a sus colegas, afirmó en su obra *Principia* que consideraba a Wren, junto con el geómetra, criptógrafo y matemático inglés John Wallis (1616-1703), y Christiaan Huygens (1629-1695), matemático y astrónomo holandés que llevó a cabo un importante trabajo sobre el cálculo del tiempo, la óptica y el cálculo, como uno de los principales matemáticos de la época.

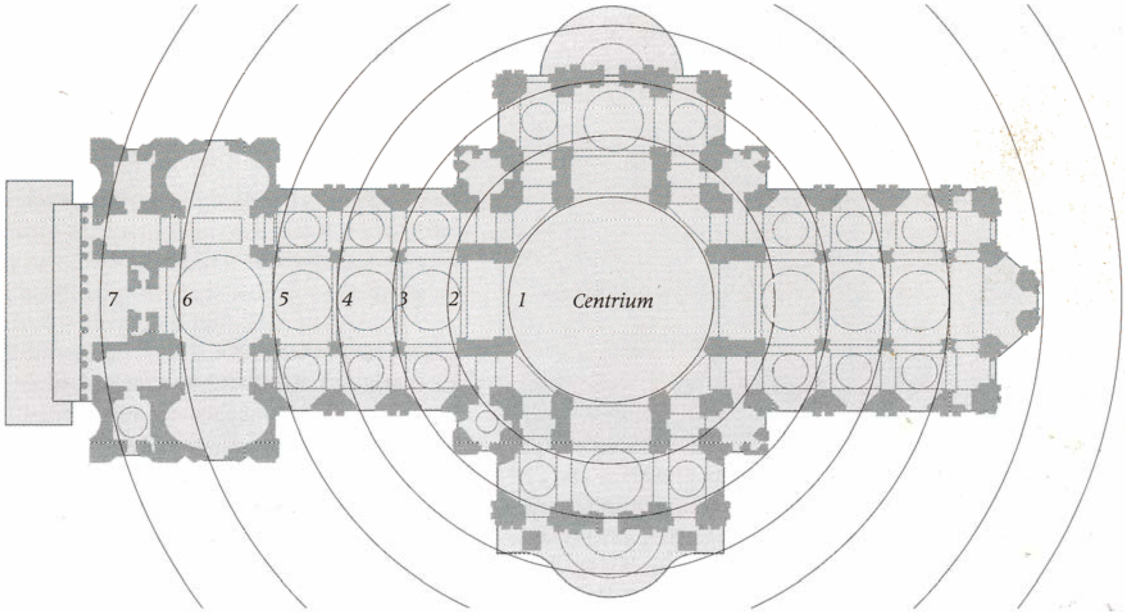
La fama de Wren en el campo de las matemáticas también proviene de los resultados que obtuvo, en 1658, cuando descubrió la longitud de un arco de cicloide (véanse páginas 50-51), para lo que utilizó una prueba basada en disecciones, logrando reducir así el problema a la suma de segmentos de cuerdas de un círculo en progresión geométrica.

Wren fue el primero en resolver el problema planteado por Kepler, en el que un semicírculo es cortado por una línea en una proporción determinada a través de un punto dado de su diámetro. Este problema era muy real, pues había surgido del trabajo de Kepler sobre las órbitas elípticas (véanse págs. 78-79). Kepler redujo el problema de hallar el movimiento medio de un planeta a cortar una elipse en una razón dada mediante una línea que atraviese el foco de dicha elipse.

De forma independiente, Wren demostró la tercera ley de Kepler, que liga el tiempo que un planeta tarda en dar una vuelta alrededor del Sol con la distancia que le separa de él. Esta ley demuestra el argumento de Pitágoras de que existe una «música de las esferas» o, por decirlo de un modo menos poético, unas relaciones matemáticas definidas entre las



DERECHA. Interior de la catedral de San Pablo, en el que se muestra la cúpula de 111 metros (365 pies) y los pilares casi salomónicos situados frente al altar.



ARRIBA. **Plano de la planta de la catedral de San Pablo diseñado alrededor de la cúpula central, con siete círculos concéntricos, símbolo de los siete planetas conocidos entonces.**

órbitas de los planetas y su periodo de giro. Wren estaba también muy interesado en las mediciones y se ocupó de la metrología, la ciencia de la medición normalizada. De hecho, fue el primero en proponer en Inglaterra que la unidad básica de longitud debería derivarse del tiempo, y propuso concretamente la longitud de un péndulo con una oscilación exacta de un segundo (véase página 87).

La catedral de San Pablo

El plano de la planta de la catedral de San Pablo diseñada por Wren es un ejemplo maravilloso de geometría sagrada. La longitud del edificio es de 555 pies, incluyendo la impresionante escalinata de entrada. Esta medida resulta ser la misma que la altura del Washington Memorial, cuyas conexiones masónicas también están claras.
La longitud es de 6.660 pulgadas, un número cargado de simbolismo solar y apocalíptico (el número de la Bestia).

El empleo de números clave no se reduce al plano de la planta. La catedral está construida con piedra de Portland en estilo renacentista tardío. Su impresionante cúpula (inspirada en la de la basílica de San Pedro de Roma) se eleva 111 metros (365 pies) hasta la cruz situada en su cúspide, lo que supone un pie por cada día del año. Wren situó la entrada principal al oeste, de manera que la congregación pudiera colocarse frente al altar mayor ubicado al este.

La estructura subyacente de Wren es evidente. El edificio está construido sobre una base de círculos concéntricos. La clave se encuentra en cada uno de los 25 ó 29 espacios abiertos de la catedral donde se ha inscrito un círculo. A partir del grande, situado en el centro de la catedral, podemos marcar otros siete que irradian hacia fuera (una reminiscencia de la Tierra y los siete planetas, o de los siete cielos). Cada círculo toca el borde interior curvo de los pilares de cada una de las crujías. Para hacerlo aún más evidente, estos pilares son curvos para ajustarse a sus círculos generadores. Los escalones rectangulares de la entrada del extremo occidental de la catedral están situados fuera del diseño circular.

La moderna arquitectura orgánica

Algunos arquitectos modernos han creado un tipo de arquitectura fluida que rechaza la geometría euclidiana de los edificios clásicos y adopta formas orgánicas que fluyen. Al devolver a los edificios las curvas de la naturaleza, han despertado la idea de que un edificio puede reflejar formas arquetípicas en lugar de ser sólo una caja cúbica.

ABAJO. Catedral de la Sagrada Familia de Barcelona, obra de Antonio Gaudí. Es un edificio orgánicamente estructurado que utiliza formas naturales en un contexto modernista.

Este deseo de utilizar la geometría sagrada de la naturaleza en la construcción es tanto estéticamente gratificante como un entendimiento de que no sólo los templos merecen este tratamiento. Con el estudio detallado de las matemáticas subyacentes en las formas naturales, el empleo de geometría no lineal y el diseño por ordenador, hoy en día los arquitectos tienen la posibilidad de explorar un excitante y poco conocido mundo de estructuras orgánicas no lineales. En la actualidad, la naturaleza se ve como una mezcla voluble de orden y caos, modelo y casualidad, simplicidad y complejidad. No resulta sorprendente que esto haya inspirado conceptos nuevos. Quizá el más conocido de estos arquitectos sea Richard Buckminster Fuller (1895-1983), con sus cúpulas estricta y geométricamente geodésicas, pero el movimiento se remonta a finales del siglo XIX.

Antonio Gaudí

Probablemente el primer arquitecto en anticipar el surrealismo y lograr esto a gran escala fuera el español Antonio Gaudí (1852-1926), atento observador de las formas naturales y atrevido innovador estructural. Empleó modelos geométricos hechos con cuerda y pesas para predecir la forma y tensiones de la catenaria de sus estructuras. Diseñó formas equilibradas que no necesitaban los apoyos interiores ni los contrafuertes exteriores que requerían las catedrales góticas. Lo consiguió mediante catenarias, curvas hiperbólicas y parabólicas para sus arcos y bóvedas, sostenidas por columnas inclinadas y pilares helicoidales (en espiral).

Su obra principal, la catedral de la Sagrada Familia de Barcelona, está todavía sin terminar. Seguramente podemos afirmar sin temor a equivocarnos que no se volverá a construir otra catedral como ésta. Gaudí diseñó muchas otras estructuras: bloques de pisos con modernistas formas derretidas y orgánicas (algunas de ellas con una extraña mezcla de simbolismo masónico y catalán), extrañas residencias con pináculos, bancos de mosaico serpenteantes y sinuosos viaductos rústicos. Para encontrar formas redondeadas equivalentes hemos de volver atrás miles de años, a los extraños templos megalíticos curvos de Malta dedicados a la Diosa Madre.

Rudolf Steiner

Otra rama de la tradición orgánica hunde sus raíces en la cultura germánica. El ocultista austriaco Rudolf Steiner (1861-1925) se sintió tan impresionado por los estudios de Johann Wolfgang von Goethe sobre morfología y la metamorfosis de plantas y animales, que se refería a él como el «Galileo de lo orgánico».

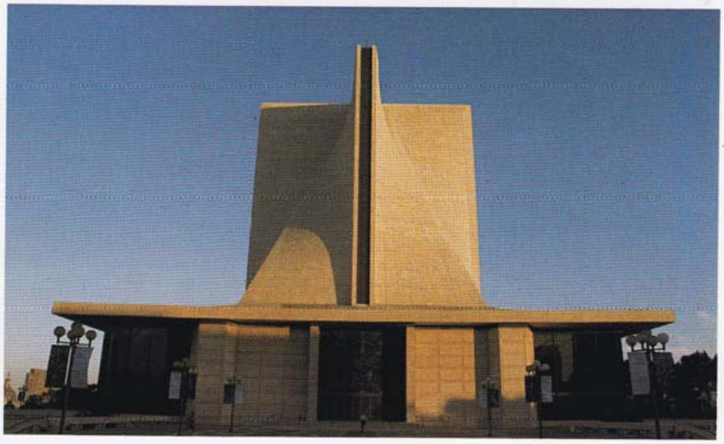
También aplicó las ideas de Goethe sobre metamorfosis al arte y a la arquitectura, y copió la dinámica de la forma visible en todos los organismos vivos, mediante la cual puede seguirse una transformación ordenada y cíclica de la semilla al cáliz, a la flor y al fruto (y de nuevo de vuelta a la semilla). Esta dinámica, junto con la teoría de Goethe sobre el color, tuvo un profundo impacto en la última parte de la vida de Steiner y sus teorías arquitectónicas antroposóficas. Sus dos Goetheanums son edificios impresionantes que ilustran este nuevo estilo. Esta arquitectura ha crecido en la actualidad hasta convertirse en un movimiento «orgánico» internacional, con ejemplos en Europa, Estados Unidos y Australia.

El moderno Londres

En las últimas décadas, Londres ha generado un gran número de edificios inspirados en las formas orgánicas. Algunos de ellos, como el Millennium Dome diseñado por sir Richard Rogers, han supuesto onerosos y extravagantes fracasos. Entre las formas curvilíneas que han tenido más éxito se incluyen el bulboso y pomposo edificio de la alcaldía de Londres (diseñado por sir Norman Foster), que observa el puente de Londres con mirada indignada, y el lustroso y surrealista Media Centre de Lord's Cricket Ground (diseñado por Future Systems, que emplearon constructores de barcos para que fabricaran los componentes de precisión necesarios para conseguir curvas correctas).

El edificio de la Ópera de Sydney

El inmenso y controvertido tejado de cemento y cerámica de la Ópera de Sydney, diseñado originalmente por el arquitecto danés Jorn Utzon, recuerda las conchas naturales del cercano mar, así como la esencia de un complejo problema estructural y geométrico.

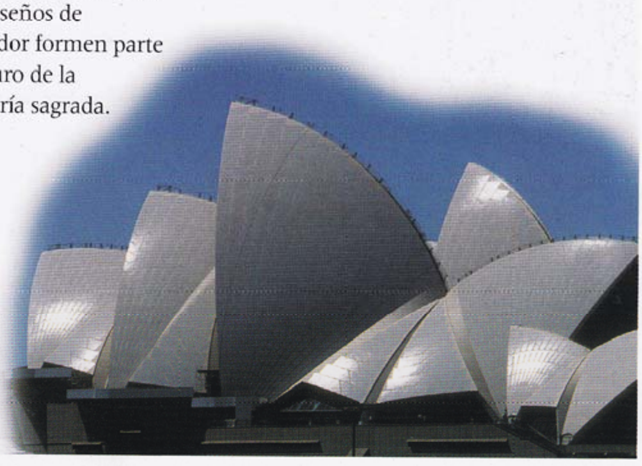


Es bien conocida la historia de esta construcción, pues hubo que hacer bastantes cambios al diseño original, pero las curvas orgánicas del concepto inicial todavía se pueden ver con claridad.

ARRIBA. Catedral de Santa María, en San Francisco, con su característico tejado diseñado alrededor de un paraboloide hiperbólico, una forma geométrica completamente nueva.

Catedral de Santa María, en San Francisco

El diseño de Paul Ryan para la catedral de Santa María, en San Francisco, utiliza el paraboloide hiperbólico en la forma de su tejado, de 61 metros de altura. Esta pieza geométrica no había sido aún descubierta en la época de las grandes catedrales góticas; quizá estos diseños de ordenador formen parte del futuro de la geometría sagrada.



ABAJO. Edificio de la Ópera de Sydney, inspirado en las curvas orgánicas de las conchas marinas y la geometría de velas al viento.

Capítulo 7

La geometría sagrada en el arte

Durante el Renacimiento, las personas responsables de construir edificios también solían pintar, lo que implicaba que la tradición de la geometría sagrada se reflejara tanto en el arte como en la arquitectura. Los primeros experimentos sobre óptica realizados por Roger Bacon (y más tarde por Leonardo y Alberto Durero) dieron lugar a reglas de perspectiva que liberaron a los artistas de las planas pinturas bidimensionales de la Edad Media. Al mismo tiempo, las ideas arquitectónicas griegas y romanas, con su geometría sagrada asociada, alimentaron la explosión constructora del Renacimiento.

La perspectiva creó un nuevo campo de geometría proyectiva que permitió a los topógrafos capturar la naturaleza esférica de la superficie de la Tierra en superficies planas. Los mapas, por su parte, permitieron a exploradores y marinos recorrer el mundo y crear imperios coloniales de un modo que no habría sido posible en otras circunstancias.

Vamos a estudiar cómo pinturas como la *Última cena*, de Leonardo da Vinci, emplean la geometría de la perspectiva e incorporan números simbólicos (en este caso, trece rayos de perspectiva para Cristo y sus doce discípulos). También veremos cómo el círculo perfecto de la obra de Poussin *Los pastores de la Arcadia* encierra las figuras principales, cuyos bastones crean un par de pentagramas, enmarcando el lema críptico que inspiró diversas exposiciones recientes de mucho éxito.

Roger Bacon: geometría, luz y óptica

Quizá el texto más antiguo relacionado con la perspectiva en el arte sea el libro de Euclides Óptica, *aunque fue el matemático y físico árabe al-Haytham, o Alhazen (965-1039), el que ofreció la primera explicación correcta de la visión y mostró que la luz es reflejada por un objeto hacia el ojo.*

ARRIBA. Bacon diseccionó el globo ocular para determinar cómo se traducían los rayos de luz en visión ocular.

Al-Haytham estudió toda la ciencia de la vista, denominada «perspectiva» en la época medieval. No aplicó sus ideas a la pintura, pero los artistas posteriores del Renacimiento hicieron buen uso de sus estudios de óptica. Roger Bacon (*c.* 1214-1294) observó que la geometría podía aplicarse a la óptica y, como para justificar su interés, afirmó que las matemáticas «han sido siempre utilizadas por todos los santos y sabios más que ninguna otra ciencia». En su opinión, las matemáticas podían ser liberadas por lo que llamaba la «flor de toda la filosofía», que no era otra cosa que la ciencia de la luz, lo que más tarde se llamó óptica. Bacon creía acertadamente que todos los objetos emitían rayos de luz reflejada, y que el ojo era un receptor de imágenes y no un emisor de las mismas, como anteriormente habían creído los teólogos medievales. Tras diseccionar ojos de animales, Bacon descubrió que los rayos de luz caen perpendicularmente sobre el globo ocular y llevan la imagen a los receptores situados en la parte posterior del ojo.

Revelación de secretos

Tanto Bacon como Robert Grosseteste (*c.* 1175-1253), su colega y contrincante filosófico de la Universidad de París, adoptaron el concepto de las matemáticas como «el lenguaje escondido de la naturaleza». Esperaban que su empeño en convertir la ciencia en algo más analítico y experimental condujera al descubrimiento de las relaciones exactas entre la naturaleza y las matemáticas a través de la geometría. Con la geometría de la luz (óptica y perspectiva) creían haber hallado la ciencia que desvelaría algunos de los principales secretos del universo.

Bacon creía que la geometría le daría acceso a las formas arquetípicas de la creación generadas por la mente del creador, de las cuales la luz (con sus rayos euclidianos paralelos) era la expresión más pura, lo que para él no era una simple metáfora. Según afirma el Génesis (1:3-4): «Y Dios dijo: «hágase la luz»; y la luz se hizo. Vio Dios que la luz estaba bien y apartó Dios la luz de la oscuridad.»

Para Bacon la luz era «Dios trabajando», la manifestación visible del poder espiritual de Dios, pues ¿no había creado la luz antes que cualquier otra cosa del universo y confirmado que era buena? Bacon estaba, literalmente, buscando la iluminación.

Este tipo de acercamiento práctico y directo le ganó la reputación de ser el primer científico moderno, y cuando el doctor John Dee (véanse páginas 93-95) se enfrascó en el estudio de los *Elementos*, de Euclides, y en la óptica en particular, se remitía a los trabajos de Roger Bacon. El hecho de que éste también hubiera realizado incursiones en el mundo de la magia le convertía en el mentor ideal para los trabajos con cristales de Dee, que lo consideraba el puente entre los ángeles, la óptica y la magia.

Perspectiva geométrica al servicio de la pintura

ARRIBA. Filippo Brunelleschi formuló las reglas básicas de la perspectiva y descubrió el punto de fuga que se utilizó con tanto éxito en las pinturas renacentistas.

La geometría de la perspectiva era un requisito necesario para la producción del gran arte y la gran arquitectura. No fue hasta que esta perspectiva *pasó a manos de los artistas, que se aplicó de forma práctica sin quedar relegada a un puro objeto de investigación.*

Los artistas han sentido siempre una gran necesidad de presentar una realidad tridimensional sobre un lienzo plano. Los artistas medievales se limitaban al retrato o a santos y vírgenes enmarcados y entronizados, quizá con unos cuantos ángeles o demonios sobrevolando aquí y allá. Claro está que éstos no suponían ningún problema, pues los ángeles y los demonios no necesitan ajustarse a la perspectiva, ya que pertenecen a otra dimensión.

Los primeros intentos de reflejar una perspectiva consistieron en colocar los objetos en primer plano parcialmente delante de otros distantes, pero el concepto de que el tamaño disminuye con la distancia no era aún entendido, con lo que se daban enormes distorsiones de tamaño y distancia.

En el siglo XIII Giotto (*c.* 1266-1337) pintaba escenas que producían la impresión de profundidad mediante unas cuantas reglas simples. Inclinaba hacia abajo las líneas que estaban por encima del nivel del ojo y hacia arriba aquéllas situadas por debajo, con lo que parecía que se alejaban del espectador. Del mismo modo, las líneas a la derecha o a la izquierda estaban inclinadas hacia el centro. Aunque no se tratara de una fórmula matemática precisa, Giotto consiguió con esta técnica representar la profundidad sobre una superficie plana.

Punto de fuga

La persona a la que se atribuye la primera formulación real de perspectiva lineal (*c.* 1413) es Filippo Brunelleschi (1377-1446), que inventó la idea de un único punto de fuga, o foco, en el que debían converger todas las líneas paralelas del cuadro. Ideó una forma de calcular con exactitud la relación entre la longitud real de un objeto y su «longitud visual» en el dibujo, que dependía de su distancia al espectador. Con estos principios matemáticos realizó, sobre paneles de madera, dos dibujos de demostración de edificios de Florencia en los que incorporó la perspectiva correcta. Uno de ellos era el baptisterio octogonal de San Juan.

Entonces se le ocurrió una idea brillante para demostrar la exactitud de su teoría. Taladró un pequeño agujero en la pintura de San Juan, exactamente en el punto de fuga. Pidió a un espectador que mirara a través del agujero desde detrás del panel y hacia un espejo que lo reflejaba.

De este modo Brunelleschi controló con precisión la posición del ojo del espectador, de forma que se garantizara que la geometría del punto de fuga era la correcta. Por desgracia se han perdido estas pinturas de Brunelleschi. El gran arquitecto italiano Leon Alberti (1404-1472) escribió una explicación del funcionamiento de las reglas de la perspectiva

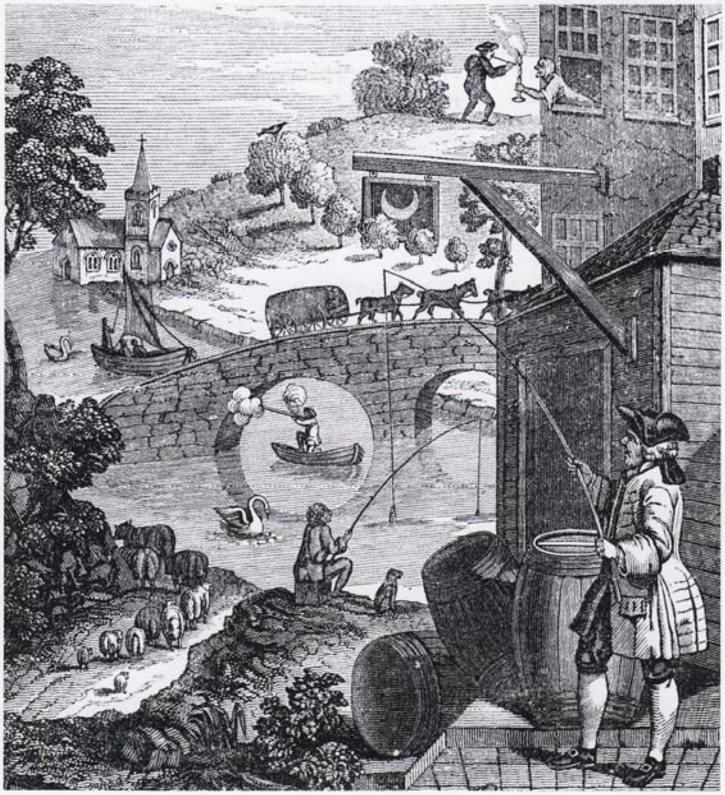
en su tratado *De la pintura,* que dedicó a Brunelleschi.

El más matemático de todos los trabajos sobre perspectiva escritos por artistas del Renacimiento italiano fue el de Piero della Francesca (*c.* 1420-1492). Piero fue uno de los principales artistas de esta época, así como un gran matemático. En su *Trattato d'abaco* incluye material sobre aritmética, álgebra y geometría. Ilustró el texto con diagramas de figuras sólidas dibujadas en perspectiva.

Los trabajos de Piero della Francesca fueron fuente de inspiración para Luca Pacioli (véanse páginas 144-145), que desarrolló fórmulas exactas para averiguar la relación existente entre la distancia que separa al ojo del objeto y el tamaño de éste sobre el lienzo.

Luz y sombra

Hacia el año 1500 el artista alemán Alberto Durero (1471-1528) llevó consigo la geometría perspectiva a Alemania tras haber aprendido todo lo posible de matemáticos como Pacioli. En 1525 publicó un libro que contenía su teoría de las sombras y la perspectiva. En el aspecto geométrico, su teoría es similar a la de Piero, aunque enfatizó la importancia de la luz y la sombra para dibujar una perspectiva correcta. Esta obra describe también diversos auxiliares mecánicos que podían emplearse para dibujar imágenes con una perspectiva correcta (véase ilustración superior).



SUPERIOR. Máquina de Durero para dibujar en perspectiva utilizada para trazar un dibujo con perspectiva real. El ángulo de visión del artista y el ojo deben permanecer fijos en la punta del obelisco.

ARRIBA. Burla de William Hogarth de un dibujo sin perspectiva, que muestra objetos muy distantes interactuando con otros mucho más cercanos.

Luca Pacioli y la divina proporción

El texto clásico del Renacimiento sobre proporción geométrica fue el libro de Luca Pacioli De divina proportione. *Esta extremadamente influyente obra estaba ilustrada nada menos que por Leonardo da Vinci y fue publicada en 1509.*

Luca Pacioli (*c.* 1445-1517) pasó su infancia en Sansepolcro, Italia, donde recibió parte de su educación en el estudio del artista Piero della Francesca, familiarizado con la proporción elegante. Los escritos de Pacioli están muy influidos por Piero.

Pacioli se trasladó a Venecia, donde parecía conocer a todas las personas adecuadas, pues cuando dejó esta ciudad para viajar a Roma pasó varios meses con Leon Battista Alberti, uno de los grandes artistas y arquitectos del Renacimiento y un gran erudito y matemático.

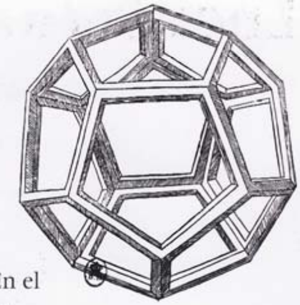
En algún momento a lo largo de los siguientes años, Pacioli tomó el hábito franciscano. De ahí que en el famoso retrato de Jacopo de'Barbari (véase ilustración inferior) aparezca vestido de monje. En este cuadro se le ve utilizando un sólido platónico de cristal, relleno de agua, para impartir su lección. El ligeramente afeminado estudiante que vemos a su lado no ha sido identificado, aunque bien pudiera ser Leonardo de joven.

Mientras enseñaba en la Universidad de Perugia, de 1477 a 1480, Pacioli escribió un libro de aritmética para sus alumnos. En 1489, y tras pasar dos años en Roma, volvió a Sansepolcro para trabajar en su segundo libro, *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proporcionalita*. Esta obra contiene material sobre aritmética, álgebra, geometría y trigonometría, y constituyó la base del gran avance matemático que iba a tener lugar en Europa. En ella presentaba a muchos pensadores importantes para la geometría sagrada, como Euclides, Sacrobosco y Fibonacci.

ABAJO. Luca Pacioli dando clase con hábito de monje. En primer plano, y suspendido de una cuerda, vemos un modelo de cristal de uno de los sólidos perfectos de Platón.

La corte del duque de Milán

Ludovico Sforza (1452-1508), segundo hijo de Francesco Sforza, asumió el título de duque de Milán en 1494. Haciendo gala de un generoso mecenazgo para con muchos artistas y estudiosos, convirtió a su corte de Milán en la más fastuosa de Europa. Leonardo da Vinci entró a su servicio como pintor de corte e ingeniero en 1482, y alrededor del año 1496 Luca Pacioli fue invitado a enseñar matemáticas. Pacioli y Leonardo pronto se hicieron grandes amigos y, sin duda, debatieron largamente sobre matemáticas y arte.



En esta época Pacioli comenzó su obra más famosa, *De divina proportione*, ¡y pocos matemáticos han podido contar con un mejor ilustrador para sus libros! El libro se centraba en la divina proporción, tan importante en el arte y el diseño arquitectónico, y en los teoremas de Euclides relativos a esta proporción. También exploraba los polígonos regulares y semirregulares (véase página 54).

Pacioli y Leonardo huyeron juntos a Florencia en diciembre de 1499, tres meses después de la caída de Milán por parte de los franceses. Pacioli obtuvo el puesto de profesor de geometría en la Universidad de Pisa, en Florencia, en el año 1500, y allí permaneció hasta 1506 impartiendo esta asignatura. Durante su época en esta ciudad, Pacioli se ocupó de asuntos de la Iglesia y de las matemáticas. Fue elegido superior de su orden en Romagna y, en 1506, ingresó en el monasterio de Santa Cruz de Florencia. En el año 1509 publicó los tres volúmenes de su obra *De divina proportione* y una traducción al latín de los *Elementos*, de Euclides. Algunos de los críticos de Pacioli argumentan que tomó muchas de sus ideas sobre proporción de Piero della Francesca. A pesar de la falta de originalidad, su contribución a las matemáticas y la influencia de sus libros han sido importantísimas.

ARRIBA. Ilustración tridimensional de Leonardo de un sólido platónico para la obra de Pacioli sobre la divina proporción.

ABAJO. Fachada del monasterio de la Santa Cruz en el que Pacioli escribió su obra *De divina proportione*.

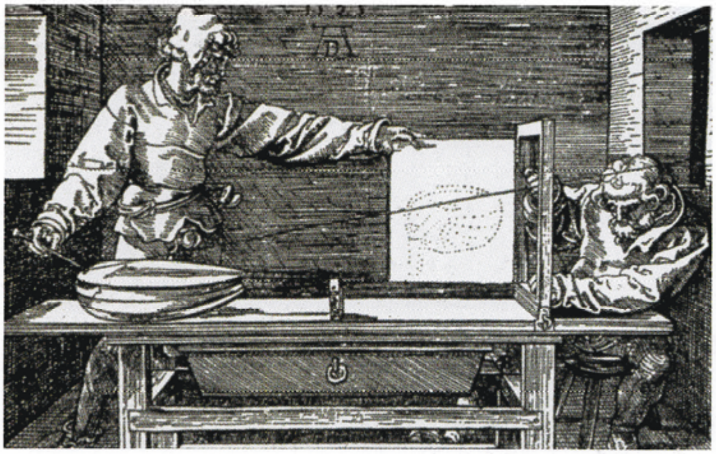
Leonardo y su empleo de la perspectiva

En el año 1505 Leonardo da Vinci escribió que «la proporción no se halla sólo en los números y las medidas, sino también en los sonidos, los pesos, el tiempo, las posiciones y en todos los poderes que puedan existir». Sin embargo, la proporción no sirve de nada si la perspectiva no es la correcta.

Las máquinas de perspectiva (perspectógrafos) fueron inventadas, probablemente por Leonardo, para ayudar al artista a ver una escena a través de una rejilla de alambre mientras mantenía la cabeza inmóvil en un punto fijo. El artista dibujaba los cuadrados formados por la rejilla sobre el lienzo e intentaba dibujar dentro de cada uno de ellos exactamente lo que veía, sin tener en cuenta lo escorzado o distorsionado que pudiera parecer. Alberto Durero ilustró dos de estas máquinas, lo que sugiere que él mismo las utilizaba para dibujar.

De estos experimentos creció la geometría proyectiva, una rama de la geometría que todavía se basaba en gran medida en Euclides, pero que trataba los problemas de la perspectiva, el punto de proyección, las líneas paralelas convergentes (un concepto que habría sido anatema para Euclides, puesto que contradice uno de sus postulados) y el punto de fuga (véanse páginas 142-143). Abrió camino a la geometría que, a finales de 1500, permitió a Mercator y a otros cartógrafos dibujar mapas convincentesde de una Tierra redonda proyectada sobre un papel plano. El doctor John Dee (véanse páginas 93-95) pudo ofrecer muchos consejos prácticos a los cartógrafos, gracias a su experiencia en traducir la obra de Euclides al inglés y a su conocimiento de los trabajos de Roger Bacon sobre óptica (véase página 141).

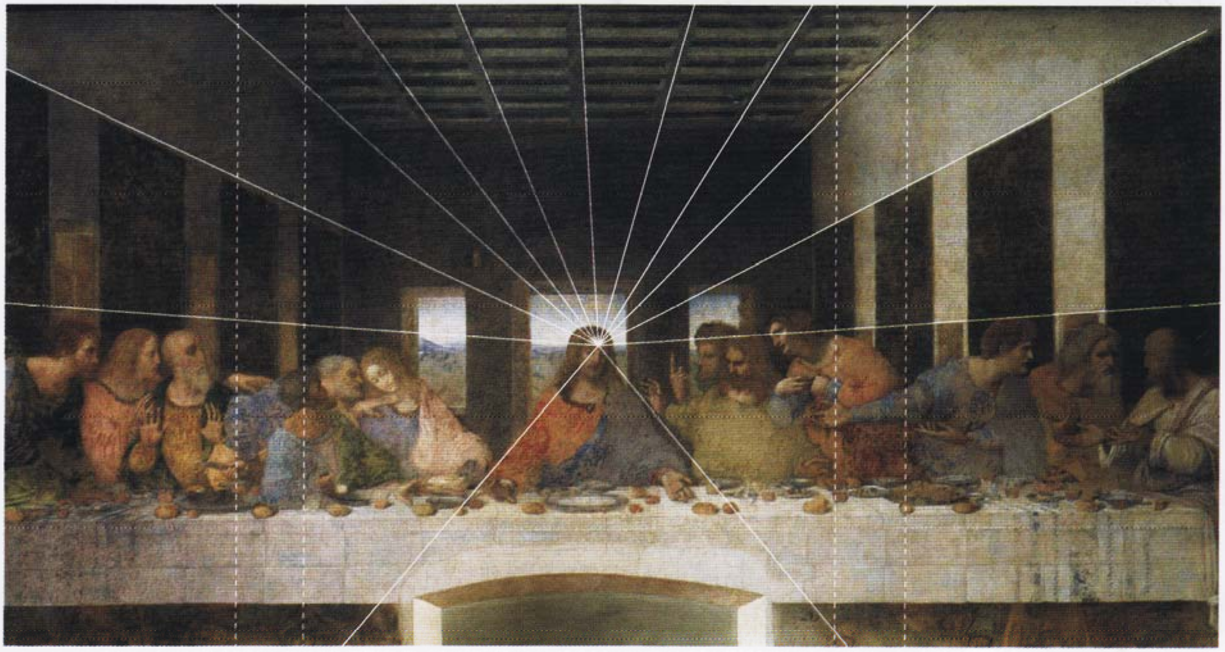
ABAJO. Ejemplo de máquina de perspectiva poco exitosa en la que las coordenadas de puntos sobre el modelo (un laúd) se copiaban en el dibujo mediante una cuerda y una polea.



La *Última cena*

A consecuencia de estos experimentos, los artistas empezaron a recopilar las reglas de la perspectiva. Una de las más importantes era la idea del punto de fuga, que se definía como el punto en el que convergen todos los rayos de luz o, como lo expresaríamos en la actualidad, el foco del dibujo (y, por tanto, del artista). Varios defensores entusiastas dibujaban líneas convergentes bastante precisas antes de empezar sus cuadros, como podemos comprobar con sorpresa en la *Última cena*, de Leonardo da Vinci, en la que las líneas del techo, las paredes y las ventanas convergen de manera muy efectista en un punto de la cabeza de Cristo. De hecho, existen trece líneas de perspectiva, una para cada uno de los discípulos y otra para Cristo. Incluso las líneas del pavimento bajo la mesa contribuyen a este efecto.

Para acentuar aún más la perspectiva, Leonardo hace que uno de los discípulos, Juan, se aleje de Jesús. Evidentemente esto ha



provocado comentarios de todo tipo, que extraen conclusiones muy diferentes de esta inclinación hacia la izquierda realmente exagerada. Puede que se hiciera buscando un efecto dramático y de perspectiva, pero en mi opinión no deberíamos eliminar la posibilidad de que Leonardo también buscara alguna forma de señalamiento. Sin embargo, no me parece que la interpretación de Dan Brown en su libro *El código Da Vinci* sea necesariamente la correcta.

Yo creo más probable que la extremada separación de estas dos figuras sea la venganza de Leonardo por las constantes interferencias en la composición de las figuras en la mesa a las que le sometían los monjes para cuyo refectorio estaba pintando el mural. El afeminamiento y la reputación de homosexualidad de Juan probablemente impulsaron a los monjes a insistir en que no se le sentara demasiado cerca del Maestro por si acaso la pintura pudiera provocar burlas. En una reacción típica que iba a marcar sus relaciones con algunos de sus patronos, Leonardo hizo la inclinación y el afeminamiento de Juan tan extremos para burlarse de los molestos monjes.

Aunque se ha hablado mucho acerca de los agrupamientos de los discípulos, si nos retiramos del mural y miramos hacia los arcos podemos ver claramente que Leonardo ha dividido a los discípulos en cuatro grupos de tres y los ha pintado lejos de los pilares estructurales que bajaban de los arcos que se encontraban encima de la pintura (véanse líneas punteadas). Esto pudo deberse a razones estéticas, pero es probable que lo hiciera para asegurar la futura integridad de la superficie sobre la que estaba pintando.

Otros muchos artistas se apuntaron a la perspectiva, pero algunos, como los artistas holandeses y flamencos con sus pavimentos ajedrezados, la llevaron al extremo y la convirtieron en un ejercicio en sí misma más que en una estructura de soporte.

ARRIBA. Copia de la *Última cena*, de Leonardo da Vinci, tras la restauración, en la que se muestran las trece líneas del punto de fuga centradas sobre la cabeza de Cristo y marcadas por características arquitectónicas, como las baldosas del suelo, las vigas del techo y las líneas de las ventanas.

Análisis geométrico de las pinturas

Se han realizado diversos intentos de descubrir la geometría subyacente en las pinturas. Muchas carecen de ella, excepto quizá su perspectiva natural, pero aquellas que sí la poseen revelan a menudo una geometría fascinante. Existen cuatro maneras de realizar este análisis.

Planta geométrica original

Las más relevantes son aquellas construcciones que verdaderamente reflejan el plano geométrico original que el artista empleó. Son éstos los análisis que obtienen mayores éxitos, pues revelan la intención original y no son en modo alguno las construcciones del observador. A veces es posible ver incluso las líneas de construcción originales bajo la pintura. Por ejemplo, en la imagen de Cristo Geómetra no sólo están totalmente claras las intenciones originales del artista, sino que muchos de los trazos de sus líneas de construcción originales pintadas con lápiz de plata todavía son visibles.

DERECHA. El artista empleó cinco círculos como estructura subyacente de esta ilustración de un manuscrito bíblico en el que se muestra a Cristo como geómetra. Todavía se pueden contemplar algunos restos de esta construcción.

Líneas de perspectiva

El segundo tipo es la construcción basada en líneas de perspectiva fácilmente identificables que terminan en un punto de fuga. Estas líneas tan evidentes tienen lugar cuando el punto de fuga de una pintura se identifica con facilidad y pueden dibujarse líneas rectas que converjan en él con gran exactitud, habitualmente a lo largo de alineamientos arquitectónicos que se muestran en la obra.

Estas construcciones no son puramente imaginativas, sino que con toda certeza formaban parte del planteamiento original del artista. De hecho, la alineación exacta de objetos a lo largo de líneas que corren hacia un punto de fuga preciso no tiene lugar en la naturaleza.

Dos ejemplos clásicos de este tipo de construcción son la *Última cena*, de Leonardo da Vinci (véanse páginas 146-147), y la *Flagelación de Cristo*, de Piero della Francesca (véase página siguiente). En ambos casos pueden dibujarse sin problemas muchas líneas hacia el punto de fuga.

Composición

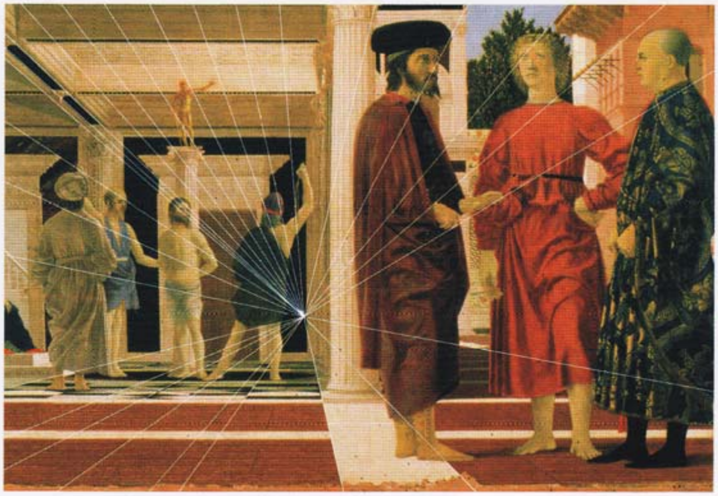
El tercer tipo de construcción es a lo que los artistas suelen referirse cuando hablan de la «composición» de un cuadro. Esta composición está basada en la relación entre los elementos principales del dibujo o de las figuras representadas. No está basado necesariamente en líneas rectas y puede no ser ni estrictamente geométrico ni poseer una perspectiva rígida, a pesar de lo cual presenta un planteamiento consciente de la composición por parte del artista.

Un ejemplo de este tipo de pintura es la obra de Nicolas Poussin *Los pastores de la Arcadia* (véase página 151). Existen alineamientos definidos a lo largo de los cayados de los pastores, y las figuras están agrupadas de manera consciente, pero el análisis no refleja ninguna de las construcciones complejas que a veces se aplican a este cuadro en particular, pues pueden incluirse en la siguiente categoría.

Vértices unidos

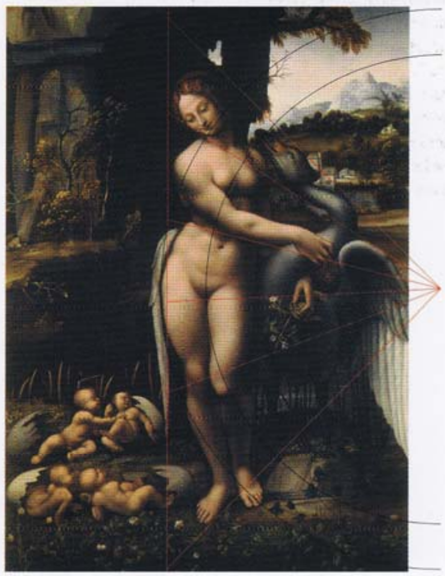
El último tipo de construcción es aquel que une con imaginación todos los posibles vértices o, en muchos casos, puntos de la pintura que ni siquiera entran en esa categoría. Están caracterizados por una masa de líneas que conectan todo aquello que *podría* ser geométricamente relevante. Este procedimiento produce a menudo alineamientos que el artista original nunca imaginó. Peor aún, una masa de líneas semejante puede oscurecer una construcción simple y elegante. En algunos aspectos, este cuarto tipo de construcción tiene más en común con el test de la mancha de tinta de Rorschach que con la geometría, ya sea sagrada o no.

Por desgracia, estos análisis geométricos son comunes y a menudo persisten como ilustraciones que pasan de un libro de geometría del arte a otro. Por ejemplo, en el tratamiento del doctor Funck-Hellet del cuadro de Leonardo *Leda y el cisne*, el doctor ancla sus construcciones en el marco del cuadro en lugar de sobre cualquiera de sus muchos focos. Ha añadido líneas discontinuas en determinados puntos clave donde sus construcciones principales no dan en el marco, mientras que las intersecciones más importantes de sus líneas de construcción sencillamente se centran en el espacio abierto y carecen de todo significado temático.



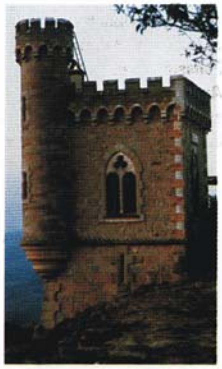
ARRIBA. ***La flagelación de Cristo*** **se pintó utilizando un conjunto estricto de líneas de perspectiva.**

De hecho, en este cuadro Leonardo estaba sencillamente experimentando con un punto focal exterior a la derecha del dibujo. Si trazamos líneas a partir de este punto focal, observaremos fielmente alineamientos significativos, como el cuello del cisne, el brazo y la cabeza de Leda, su brazo derecho o su zona púbica. Yo he añadido tres arcos concéntricos centrados exactamente en el mismo foco exterior al lienzo, que demuestran aún más que Leonardo también alineó la curva del cuerpo, las piernas y las caderas de Leda con el foco de estos arcos. Así, podemos comprobar que un único punto es el foco de esta pintura, y que la grandeza se deriva a menudo de la sencillez y la elegancia, más que de una masa de líneas excesivamente elaboradas.



ABAJO. Leonardo da Vinci experimentó con un único punto focal, situado fuera del marco del cuadro, en su obra ***Leda y el cisne.***

El tesoro de Rennes-le-Château



ARRIBA. Torre Magdala construida por el auténtico sacerdote Berenguer Saunière en Rennes-le-Château, Francia, para albergar su biblioteca privada.

Rennes-le-Château es un tranquilo pueblo de provincias enclavado al pie de los Pirineos, en el sur de Francia. Resulta significativo que esté situado a cuarenta kilómetros de Carcassone, en un tiempo bastión de los heréticos albigenses, de los que se dice que escondieron un inmenso tesoro en algún lugar cercano.

El pueblo se hizo famoso por el extraordinario comportamiento de su párroco Berenguer Saunière a finales del siglo XIX. Michael Baigent estudió la vida de este religioso en su éxito de ventas *La sangre sagrada y el Santo Grial*, que escribió conjuntamente con Richard Leigh y Henry Lincoln. Este fascinante libro sugiere que, en la década de 1890, el sacerdote descubrió en las columnas del altar visigótico de su pequeña iglesia rural un tesoro auténtico o, lo que es más probable, algún manuscrito cifrado por el que le podrían haber pagado un precio fabuloso.

Fuera cual fuese la fuente de la que proviniera, lo cierto es que el párroco gastó mucho dinero en remodelar la iglesia, en la que colocó una extraordinaria fuente con una estatua del demonio Asmodeo. Construyó una misteriosa torre Magdala almenada para utilizarla como biblioteca, así como un zoo, un invernadero y una casa de campo (villa Bethania) para su amante/ama de llaves y para él.

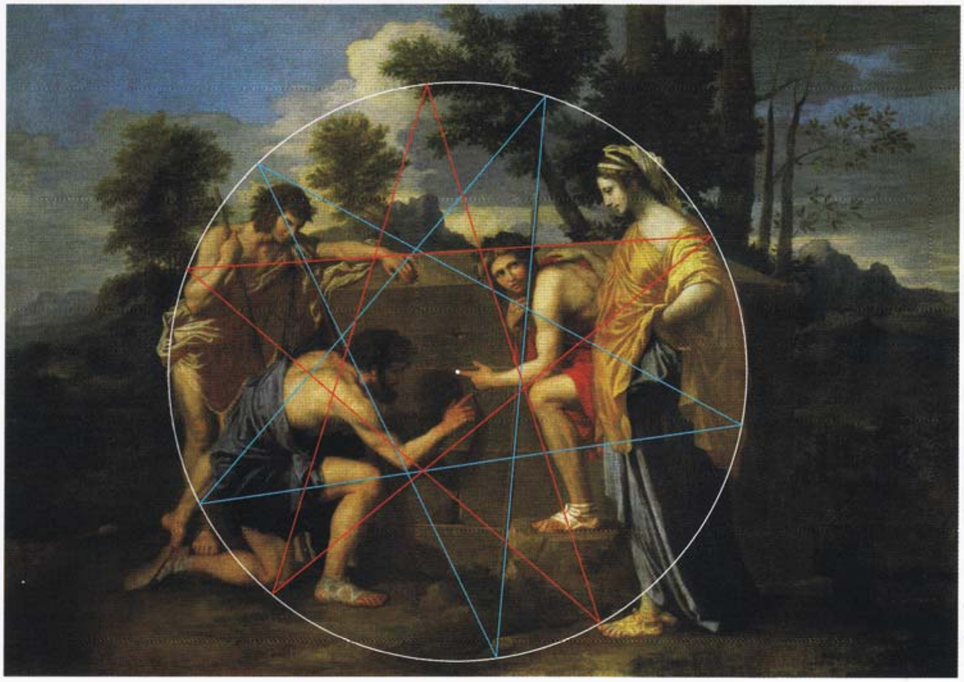
La organización en la sombra

La historia se abre para incluir a los descendientes directos de Jesucristo y María Magdalena, que supuestamente huyeron de Jerusalén al sur de Francia, donde sus sucesores se convirtieron en los primeros reyes merovingios. La sociedad secreta conocida como Priorato de Sión (Pieure de Sion) estuvo a lo largo de los siglos conjurada para proteger el secreto. El Priorato tenía conexiones con los templarios, Godofredo de Bouillon, Balduino IV (el rey leproso de Jerusalén), la Cúpula de la Roca y diversos artistas y escritores del siglo XIX muy conocidos.

La historia abarca dos mil años y propone que los descendientes genéticos de Jesús son el cáliz del Grial que, literalmente, contiene la Sangre Sagrada. El Priorato y su misión han sobrevivido y, para completar el círculo, se supone que el cura Saunière, con sus oscuras referencias a María Magdalena y Asmodeo, fue gallardamente sobornado para que suprimiera esta historia.

Este relato se volvió más intrigante cuando Dan Brown lo volvió a utilizar en su novela *El código Da Vinci*, aún más fantástica y un mayor éxito de ventas. Vuelve a utilizar el nombre del sacerdote Saunière para el conservador del Louvre y opone la organización auténtica del Opus Dei al bastante más oscuro Priorato de Sion.

En la lista de supuestos grandes maestres de esta orden aparece un buen número de artistas y científicos bien conocidos: Nicholas Flamel, Leonardo da Vinci, Robert Fludd, Robert Boyle, Isaac Newton, Victor Hugo, Nicolas Poussin, Claude Debussy y Jean Cocteau. A medida que esta lista se acerca a la época moderna, empieza a parecerse a una «lista de franceses famosos» más que a una relación secreta de grandes maestres internacionales. Da la sensación de que los últimos días de esta oscura organización parecen haber sido, sencillamente, un invento de su supuesto gran maestre, Pierre Plantard (1920-2000). De hecho, varios investigadores modernos afirman convincentemente que el



IZQUIERDA. Segunda versión de la obra de Nicolas Poussin *Los pastores de la Arcadia*, cuya estructura está basada en un círculo hacia cuyo centro apuntan dos de los pastores. Sus cayados forman los lados de dos estrellas de cinco puntas.

Priorato de Sión es un fraude moderno creado por Pierre Plantard y sus socios, que secuestraron el verdadero misterio del sacerdote de Rennes-le-Château.

El cuadro misterioso

¿Qué tiene que ver esto con la geometría sagrada? La clave geométrica es la pintura de Nicolas Poussin *Los pastores de la Arcadia*, una típica escena idílica supuestamente localizada cerca de Rennes-le-Château. Poussin pintó dos versiones de este cuadro entre 1637 y 1642, y en ambas se muestra a tres jóvenes y una muchacha de pie, pastores quizá, alrededor de una antigua tumba que muestra la inscripción *Et in Arcadia ego (Y yo en Arcadia)*. El rey Luis XIV compró el segundo cuadro (pintado entre 1637 y 1638) y aparentemente le atribuyó un valor especial.

En 1974, un documental del programa de la BBC 2 británica *Chronicle* titulado «The Priest, The Painter and The Devil» («El sacerdote, el pintor y el demonio»), mostraba un detallado análisis de la segunda versión del cuadro de Poussin, conservada en el Museo del Louvre de París, por el profesor Christopher Cornford. El profesor, antiguo miembro del Royal College of Art, sugería en el documental que el cuadro estaba basado en la geometría pentagonal (relacionada con la proporción áurea). Aunque resulta fácil dibujar muchas líneas carentes de significado en cualquier pintura compleja, ésta en particular está claramente basada en dos círculos y no se presta a este tipo de construcción.

Por desgracia, la tumba que los investigadores identificaron a partir del cuadro, y que se encontraba cerca de Rennes-le-Château, ha sido destruida. Además, la geometría traspuesta de la pintura al paisaje que rodea la escena no funciona a menos que estemos dispuestos a aceptar aproximaciones muy poco exactas.

Conclusión

Pitágoras afirmó que los números enteros poseen una realidad que sobrepasa su utilidad como palillos para contar. Los consideraba noumenal, *o la forma (o ideal) existente tras la realidad física, y sostenía que tomaban parte en la creación del mundo físico o* phenomenal. *Creía que la proporción, el número y la armonía eran necesarios para que este bello universo, sobre el que todavía sabemos relativamente poco, fructificase.*

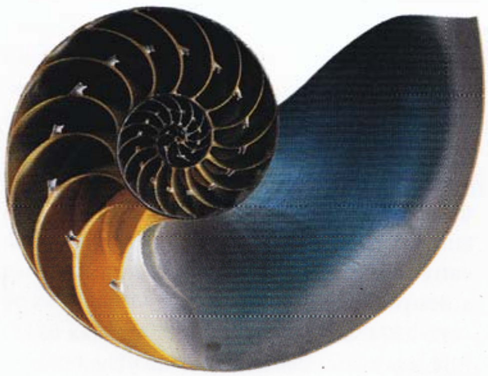
Sin usar un ciclotrón, Pitágoras sabía que los átomos básicos (y sus conchas de electrones) deben seguir una aritmética regular, simple y de números enteros, como así es. No le habría sorprendido saber que el universo contiene sólo 81 elementos estables, y habría reconocido inmediatamente este número como el cuadrado perfecto de 9.

Parte de la respuesta a la pregunta de por qué es sagrada esta geometría se encuentra en el capítulo acerca de la espiral logarítmica (véanse páginas 48-51), ejemplificada en la forma del caparazón del nautilus. Esta forma de geometría en concreto (*phi* y la proporción áurea) es maravillosamente autorrepetitiva. Los antiguos griegos, o Platón al menos, habrían considerado la forma eterna del nautilus como idea almacenada en el reino noumenal y habrían afirmado que la construcción física de la concha sencillamente seguía este cianotipo. De hecho, la autorrepetición es la forma más simple de diseñar cualquier cosa entre una célula y una concha, incluso la construcción del universo.

Yo sospecho que nuestra incapacidad para aprehender plenamente el universo procede de que no somos capaces de ver estos sencillos patrones numéricos. Como Newton, Einstein y sus sucesores veían con dolor, las leyes que rigen el universo son *simples*.

Podríamos esperar que la fórmula que conecta la masa con la energía cubriera toda una pizarra con extraños símbolos algebraicos. Sin embargo, ¿qué podría ser más simple que la elegante fórmula $e = mc^2$? Pitágoras podría ser el que riera el último si se descubriera algún día que lo que rige la estructura del universo no es más complejo que los diez números de la *tetractys*.

Después de todo, si una manzana al caer pudo estimular a Newton a formular las leyes de la gravedad, ¿por qué no podría el armonioso sonido de unas cuerdas pulsadas conducir al descubrimiento de una teoría de campo unificada?



Bibliografía

Abu-Asiya, Dawud, *Platonic and Archimedean Solids*, Wooden, Gales, 1998.

Alcock, Susan E., y Osborne, Robin, *Placing the Gods: Sanctuaries and Sacred Space in Greece*, Clarendon Press, Oxford, 1994.

Ashmore, Wendy, y Knapp, A. Bernard, *Archaeologies of Landscape*, Blackwell, Oxford, 1999.

Aubrey, John, *Monumenta Britannica*, Dorset Publishing, Milborne, 1980-1982.

Baigent, Michael; Leigh, Richard, y Lincoln, Henry, *The Holy Blood and the Holy Grail*, Doubleday, Londres, 2003.

Ball, Philip, *H_2O A Biography of Water*, Phoenix, Londres, 2002.

Bartholomew, Alick, *Crop Circles – Harbingers of World Change*, Gateway, Londres, 1991.

Behrend, Michael, *The Landscape Geometry of Southern Britain*, IGR, Cambridge, 1976.

Bord, Janet y Colin, *Mysterious Britain*, Paladin, 1977.

Brown, Frank, *Roman Architecture*, Studio Vista, Londres, 1968.

Brown, Peter, *Megaliths Myths and Men: an introduction to Astro-archaeology*, Dover, 2000.

Carmichael, David L., *Sacred Sites, Sacred Places*, Routledge, Londres, 1994.

Cook, Theodore Andrea, *The Curves of Life*, Dover, Nueva York, 1979.

Cope, Julian, *The Modern Antiquarian*, Thorsons, Londres, 1998.

Critchlow, Keith, *Order In Space – A Design Sourcebook*, Thames & Hudson, Londres, 1969.

Dedron, P., ,H. y Itard, J., *Mathematics and Mathematicians Volume 1*, Transworld, Londres, 1973.

Dedron, P., y Itard, J., *Mathematics and Mathematicians Volume 2*, Transworld, Londres, 1973.

Devereux, Paul, y Thomson, Ian, *The Ley Hunter's Companion*, Thames & Hudson, Londres, 1979.

Euclid, *Elements*, libros I–XIII, editados por sir Thomas Heath, Dover, Mineola, 1956.

Fisher, Adrian, y Kingham, Diana, *Mazes*, Shire, Buckinghamshire, 2000.

French, Peter, *John Dee: the World of an Elizabethan Magus*, RKP, Londres, 1972.

Ghyka, Matila, *The Geometry of Art and Life*, Dover Publications, Inc., Nueva York, 1977.

Giorgi, Francesco, *Harmonia mundi*, Venecia, 1525.

Gleick, James, *Chaos*, Vintage, Londres, 1998.

Hawkes, Jacquetta, *Atlas of Ancient Archaeology*, Heinemann, 1974.

Hawkins, doctor Gerald, *Stonehenge Decoded*, Nueva York, Doubleday, 1965.

Heinsch, doctor J., *Principles of Prehistoric Sacred Geography*, Zodiac House, Cambridge, 1975.

Hitching, Francis, *Earth Magic*, Cassell, Londres, 1976.

Holden, Alan, *Shapes, Space and Symmetry*, Columbia University Press, 1971.

Huntley, H. E., *The Divine Proportion*, Dover, Nueva York, 1970.

Kepler, Johannes, *The Harmony of the World*, Linz, 1619.

Knight, Christopher, y Butler, Alan, *Civilization One*, Watkins, Londres, 2004.

Lawler, Robert, *Sacred Geometry Philosophy and Practice*, Thames & Hudson, Londres, 1982.

Livio, Mario, *The Golden Section: the Story of Phi*, Broadway Books, Nueva York, 2002.

Lockyer, sir Norman, *The Dawn of Astronomy*, Kessinger, Whitefish, 1997.

McKenna, Terence y Dennis, *The Invisible Landscape*, Harper Collins, San Francisco, 1993.

Michell, John, *City of Revelation*, Garnstone, Londres, 1972.

Michell, John, *Ancient Metrology*, Pentacle, Bristol, 1981.

Michell, John, *The New View Over Atlantis*, Thames & Hudson, Londres, 1983.

Michell, John, *The Little History of Astro-Archaeology*, Thames & Hudson, Londres, 2001.

Newall, R. S., *Stonehenge*, HMSO, Londres, 1975.

Newham, C. A., *The Astronomical Significance of Stonehenge*, Moon Publications, Gales, 1972.

Nuegebauer, O., *The Exact Sciences in Antiquity*, Dover, Nueva York, 1969.

Pacioli, Luca, *Francesca and da Vinci. Summa di arithmetica, geometrica, proportione et proportionalita*, Venecia, 1494.

Pacioli, Luca, *De divina proportione*, 1509 (ilustraciones de Leonardo da Vinci).

Pacioli, Luca, *The Divine Proportion*, Abaris Books, Norwalk, 2006.

Pappas, Theoni, *The Joy of Mathematics*, Wide World Publishing/Tetra, San Carlos, 1989.

Pappas, Theoni, *More Joy of Mathematics*, Wide World Publishing/Tetra, San Carlos, 1991.

Pappas, Theoni, *The Magic of Mathematics*, Wide World Publishing/Tetra, 1999.

Pappas, Theoni, *Fractals, Googols and other Mathematical Tales*, Tetra, San Carlos, 2000.

Pennick, Nigel, *Sacred Geometry*, Capall Bann, Chieveley, 1994.

Plichta, Peter, *God's Secret Formula*, Element Books, Dorset, 1997.

Rawles, Bruce, *Sacred Geometry Design Sourcebook*, Elysian Publishing, Nevada City, 1997.

Richards, Julian, *Stonehenge*, English Heritage, Swindon, 2005.

Rubenstein, Richard, *Aristotle's Children: How Christians, Muslims and Jews Rediscovered Ancient Wisdom and Illuminated the Dark Ages*, Harcourt, Nueva York, 2003.

Schimmel, Annemarie, *The Mystery of Numbers*, Oxford University Press, Nueva York, 1993.

Schneider, Michael, *A Beginner's Guide to Constructing the Universe – The Mathematical Archetypes of Nature, Art and Science*, Harper, Nueva York, 1995.

Skinner, Stephen, *Living Earth Manual of Feng Shui*, RKP, Londres, 1982.

Skinner, Stephen, *The Magician's Tables*, Golden Hoard, Londres, 2006.

Sobel, Dava, *Longitude*, Penguin, Londres, 1996.

Stewart, Ian, *Nature's Numbers*, Weidenfeld & Nicolson, Londres, 1995.

Stirling, William, *The Canon: An Exposition of the Pagan Mystery Perpetuated in the Cabala*, Elkin Matthews, Londres, 1897.

Stukeley, Rev. W., *Stonehenge, a Temple Restored to the British Druids*, Londres, 1740.

Stukeley, Rev. William, *Avebury, a Temple of the British Druids*, Londres, 1743.

Tennent, R. M., *Science Data Book*, Oliver & Boyd, Essex, 2001.

Thom, Alexander, *Megalithic Sites in Britain*, OUP, Oxford, 1967.

Tokaty, G. A., *A History and Philosophy of Fluid Mechanics*, Dover Publications Inc., Nueva York, 1994.

Vitruvius, *Ten Books of Architecture*, Dover, Nueva York, 1960.

Walser, Hans, *The Golden Section*, The Mathematical Association of America, Washington, 2001.

Walter, Katya, *Tao of Chaos*, Element Books, Londres, 1996.

Watkins, Alfred, *The Old Straight Track*, Garnstone, Londres, 1970.

Wilkes, John, *Flowforms The Rhythmic Power of Water*, Floris Books, Edimburgo, 2003.

Wilson, Colin, *The Atlas of Holy Places & Sacred Sites*, Dorling Kindersley, Londres, 1996.

Índice temático

Los números de página en *cursiva* indican ilustraciones.

Créditos de las imágenes

Editora
Camilla Davis
Editor ejecutivo de arte
Leigh Jones
Proyecto
Patrick Nugent
Ilustraciones
Laurent Brindeau
Jen Mexter
Búsqueda de imágenes
Emma O'Neill
Producción
Simone Nauerth

Abreviaturas: s – superior, a – abajo, i – izquierda, d – derecha

akg-images 19, 143 s y a, 148, /Pietro Baguzzi 147, /Cameraphoto 129, /Erich Lessing 144, 151, /Rabatti-Domingie 140, 149 s, 149 a; **Alamy** /Albaimages/Ronald Weir 90, /Atmosphere Picture Library/Bob Croxford 94 s, 131, /Bildarchiv Monheim GmbH/Florian Monheim 106, /Peter Bowater 69 s, /Bruce Coleman Inc/Edward R. Degginger 64, /CuboImages srl/Nico Tondini 145 a, /Ian Evans 59 d, /eye35.com 29, /Michael Foyle 11 d, /Hidoe Kurihara 132, /Eddie Linssen 12 a, /Malcolm MacGregor 105, /Niall McOnegal 83 s, /Mary Evans Picture Library 87, 150, /Phototake Inc/Image Shop 72 s, /Rough Guides 139 s, /Skyscan.co.uk 101 a, 99, /travelshots.com 138, /WorldFoto 13 a, 139 a; **The Art Archive** The British Museum/Eileen Tweedy 2, /Egyptian Museum, Turin/Dagli Orti 28 d; **Bayerische Staatsbibliothek München** Clm 1473 i, fol. 82v 112; **Bridgeman Art Library** /Acropolis, Athens, Greece 125, /Bibliothèque de la Faculté de Medecine, París, Francia, Archives Charmet 16, 20, /Bibliothèque des Arts Décoratifs, París, Francia, Archives Charmet 23 s, /Bibliothèque Inguimbertine, Carpentras, Francia, Giraudon 14, /Bibliothèque Nationale, París, Francia, Giraudon 9, 145 s, 133, /Bibliothèque Nationale, París, Francia, Lauros/Giraudon 26 s, /Museo Archeologico Nazionale, Nápoles, Italia 120 s, /Private Collection 146, /Private Collection, The Stapleton Collection 26 a, 93 a, 104, /Stapleton Collection, UK 121, 122; **Christie's Images** 41 a; **Corbis UK Ltd**/Jason Hawkes 101 s; **Digital Vision 7; Arwyn Dreamwalker 40; Fortean Picture Library** 115 s y a; **Getty Images** /Jason Hawkes 113, /Photographer's Choice/Stephen Marks 1, 39, 66, /Michael Townsend 13 s, 127; **Iris Water Design & Design, Castleton/www.water-feature.co.uk** 68; **Leigh Jones** 58; **lastrefuge.co.uk** /Dai Sasitorn108; NASA /Akira Fujii 81 ad, /Jeff Schmaltz, MODIS Rapid Response Team, NASA/GSFC 60, /Cedido por SeaWIFS Project, **NASA**/Goddard Space Flight Center, y ORBIMAGE 59 i; **National Physical Laboratory** /(c) Crown Copyright 1999. Reproducido con permiso de Controller of HMSO y Queen's Printer for Scotland 86; **Octopus Publishing Group Limited** 12 s, 62, 69 a, 70 s, 72 a; **Photo12.com** 41 s, 43 a, /ARJ 30, /Bertelsmann Lexikon Verlag 42 s, 43 s, /Oasis 128, 75 s, /Oronoz 124, 136 s, /Ann Ronan Picture Library 93 s; **Photodisc** 50, 66 si, 74, 76, 88, 97, 116, 119, 120 a, 123, 136 a; **Photolibrary Group** /Mark Hamblin 63, /Index Stock Imagery/Walter Biblikow 83 a; **Illustration based on original drawing by PWS** 91; **Science Photo Library** 38 s, 142, /Dr Jeremy Burgess 11 i, 34, /Scott Camazine 70 a, /Gusto Productions 38 a, /Dale O'Dell 81 ai, /Detlev van Ravenswaay 77, /Sheila Terry 84, /Dirk Wiersma 66 sd, /Frank Zullo 81 s; **Jeff Saward/www.labyrinthos.net** 135 a; **Skinner Inc.** 25, 27 s, 82; Stephen Skinner 19 s, 42, 92, 94 a; **Alison Stones**/after Delpho 135 s; **SuperStock** /age fotostock 67 a; **TopFoto** /The British Library/HIP 30, /The British Library/HIP/Émile Prisse D'Avennes 28 i, /Fotomas 85, /HIP 22 /Charles Walker 94 ad, 96.

Geometría sagrada es un valioso tesoro que viene a demostrarnos cómo detrás del aparente desorden de la naturaleza se enmascaran estructuras y patrones de proporciones perfectas. Ello puede observarse en multitud de objetos que van desde los cristales microscópicos hasta la distribución de los pétalos de una flor. Muchos de estos códigos ocultos han sido identificados por observadores pertenecientes a distintas culturas, quienes los han atribuido a una evidencia de la mente de Dios y de su trabajo, lo que otorga a estos códigos una cualidad divina, que ha favorecido que estos conceptos geométricos se encuentren a menudo en los edificios sagrados y en el arte devoto de muchas sociedades de todo el mundo.

Este libro:

- Investiga las propiedades sagradas de los números, así como las estructuras y patrones de proporciones perfectas que aquellos esconden.
- Revela los principios matemáticos y geométricos que existen en la naturaleza, incluyendo estructuras botánicas, biológicas y geográficas.
- Examina la geometría de lugares sagrados, templos e iglesias, y la geometría en el arte del Renacimiento.

Gaia Ediciones
www.alfaomega.es

COLECCIÓN
KALEIDOSCOPIO

ISBN 978-84-8445-201-0
9 788484 452010